

# **Diplomarbeit**

## **Gedankenlesen ?**

**Eine Studie zur Erfassung der Trainingsabhängigkeit der  
Ordnungsbildung im Denken mithilfe der EEG-  
Kohärenzanalyse, der Bestimmung von Mikrozuständen  
des Denkaktes und des sich aus deren  
Sequenz ergebenden Entropieabbaus**

**Eingereicht am Institut für Psychologie  
der  
Fakultät für Sozial- und Verhaltenswissenschaften  
der  
Friedrich Schiller Universität Jena**

**Am 2. Juno 2003**

**Von**

**Sven Oelsner  
Naumburg**

**Unter Betreuung von  
Prof.Dr.W.Krause  
und  
Dr.G.Seidel**

**SAPERE AUDE**

γνωθι σαυτον

**Meinem Großvater Gerhard Oelsner**

# Inhalt

<b>I. Vorwort</b>	5
<b>II. Prolegomena</b>	8
<b>III. Theoretische Grundfragen</b>	
1. Mentale Repräsentation	10
2. Mathematisches Problemlösen	25
3. Training kognitiver Strategien	37
4. Ordnungsbildung	44
<b>IV. Fragestellung und Hypothesen</b>	
1. Fragestellung	56
2. Hypothesen	56
<b>V. Experiment</b>	
1. Aufgabe	58
2. Versuchsplan	58
3. Versuchspersonen	59
4. Geräte und Material	59
5. Durchführung und Instruktion	59
6. Datenerhebung	63
7. Datenauswertung	63
<b>VI. Ergebnisse</b>	
1. Zeiten	65
2. Richtige Lösungen	67
3. Entropieabbau	69
4. Einzeldarstellung der Versuchspersonen	72
<b>VII. Diskussion</b>	
1. Generelle Befunde	83
2. Diskussion der zusammengefaßten Ergebnisse	83
3. Diskussion der Versuchspersoneneinzelergebnisse	86
4. Abschlußdiskussion	87
<b>VIII. Zusammenfassung und Ausblick</b>	90
<b>IX. Literatur</b>	92
<b>X. Anhang</b>	99
Versuchsmaterial	
Korrespondenzadressen	

# I. Vorwort

Beim Studium der Literatur zu neuropsychologischen, psychophysiologischen und Befunden der physiologischen Psychologie stößt man i.a.R. auf Versuche, die wesentlichen Grundelemente der Menschlichkeit des Menschen zu entdecken und zu beschreiben. An erster Stelle steht hier immer seine Bewußtseinsfähigkeit, welche, so wird vom philosophischen Standpunkt unterstellt, ihn von allen Lebewesen positiv - bezogen wenigstens auf seine geistigen Leistungen - unterscheidet. Diesem, wohl beliebtesten Thema, sind tausende von Artikeln, Zeitschriften und Büchern gewidmet, Millionensummen gehen jährlich an Universitäten und andere Forschungsgemeinschaften, Nobelpreisträger (Crick 1994; Penrose 1999) verlassen das Fachgebiet, das sie berühmt gemacht hat, alles mit dem Ziel, den Aufenthaltsort des Bewußtseins zu entdecken. Auf diesem modernen „Feld der Ehre“ kann man zwei Positionen unterscheiden: Den alten descartschen Dualismus, der „res cogitans“ und der „res extensa“, dessen Begründer zu Recht der Vater der modernen Naturwissenschaften genannt wird, und der, möglicherweise fälschlich, den Sitz der Seele in der Zirbeldrüse annahm, den jedoch ernstlich nur noch Philosophen und, mit ihrem prominentesten Vertreter Eccles, der ein oder andere Neurowissenschaftler mit religiösem Hintergrund zu vertreten wagen und den, nur wenig jüngeren, spinozistischen Determinismus. Beide Positionen trennt ihre Konsequenz.

Die Freiheit.

Doch mußten noch vor 400 Jahren Philosophien politischen Opportunitätskriterien gerecht werden – Spinoza wurde für seine Ketzerei „mit allen Flüchen des Deuteronomiums und dem Fluch, den Elisa gegen die Kinder schleuderte, die daraufhin von Bärinnen in Stücke gerissen wurden“ (Russell 1945; 1999) belegt – hat man heute eine denkbar befriedigende Lösung durch Synthese dieser scheinbar unversöhnlichen Positionen gewonnen. Die Verantwortlichkeit wird durch die Verantwortbarkeit ersetzt. Was heißt, unser Tun folgt Notwendigkeiten, die uns aller Verantwortlichkeit entheben – wir können jedoch von unseren Mitbewesen, die genau derselben Determiniertheit unterliegen, verantwortlich gemacht werden. Ganz dem Komplementaritätsgedanken Niels Bohrs folgend, hat die Freiheit einen

Januskopf. Kann man von einem **objektiven** Determinismus allen Daseins ausgehen und damit auch von Notwendigkeit – und so prinzipiell möglichen technischen Vorhersagbarkeit – allen Handelns, so ist **subjektiv** eine, wegen des hohen Komplexitätsgrades der Umwelt und der gleichzeitig beschränkten menschlichen Informationsverarbeitungskapazität, Vorausberechnung des „richtigen Tuns“ unmöglich und wir sind somit frei.

Frei, uns selbst zu erkennen, das erhabendste Tun, und nach Sokrates, die Vorbedingung der philosophischen Erkenntnis und der Weisheit und damit der Tugend (Platon; „Protagoras“). Und da bekanntermaßen jeder Weise einen Teil Einfachheit in sich trägt (Klix; 1992), sind wir aufgerufen, diese Einfachheit zu entdecken, in uns und im Anderen. Ersteres ist die Aufgabe der Contemplation, letzteres, die der Liebe und der wissenschaftlichen Forschung.

Der uralte Menschheits Traum – neben der Lösung der großen Freiheitsantinomie – den Gegenüber zu verstehen, zu wissen was er denkt, seine **Gedanken zu lesen**...

ist wahrscheinlich auch – neben der Entdeckung des Sitzes des Bewußtseins - der versteckte Wunsch vieler Wissenschaftler, die sich mit – im weitesten Sinne – bildgebenden Verfahren dem Hirn nähern.

Daß sich uns die Phänomenologie des Andern in seiner ganzen Vielfalt nie erschließen wird, kann als sicher gelten – dafür müßten wir der andere sein – aber was er denkt oder uns vielleicht mitteilen will, läßt sich tendentiell erschließen aus den Informationen, die er von sich gibt; in Sprache, verbaler, physiognomischer und durch Vermittlung moderner bildgebender Verfahren, auch neuropsychologischer. Bisher scheint sich die Suche jedoch auf die einfachsten Bestimmungsstücke, die Buchstaben und Worte des Denkaktes zu beschränken und diese werden gehandelt als wären sie Sätze, ja ganze Erzählungen.

Die Bedeutung eines Satzes erschließt sich jedoch nicht aus der Kenntnis seines wichtigsten Wortes, sondern – auch einem Anderssprachigen – aus Stellung, Häufigkeit und Übergangswahrscheinlichkeit auch der sekundären Worte. Enigmatische Geheimsprachen können mithilfe informationstheoretischer Prinzipien entziffert werden und – um bei Alan Turing zu bleiben – es war und ist eines der interessantesten Dinge einen Algorithmus für den Denkakto zu finden, der den Turingmaschinentest mit Redundanz bestünde.

Die Versuche sich der problemorientierten Informationsverarbeitung zu nähern, waren - und sind - immer mit dem Mangel der Versuchspersonenbereitschaft und Materialabhängigkeit behaftet und mündeten in eine gewisse „Denkmüdigkeit“ und die Konzentration auf elementarere Informationsaufnahme Prozesse. Doch Dank exponentieller Entwicklungen der Informationstechnologie ist es inzwischen möglich – noch recht unscharf – Bilder der vormaligen „terra incognita“ zu entwickeln und quasi materialunabhängig und

„konformitätsarm“ menschliches Denken zu erforschen, was den Nährboden für eine Renaissance der „System- und Regulationswissenschaft“ bildete.

Ein elementares Prinzip der Informationstheorie ist die Ordnung bzw. ihr Gegenstück, die Entropie oder Ungewißheit. Und auch in der Psychologie hat die Ordnungsbildung als Manifest intelligenter, leistungsfähiger Informationsverarbeitung eine lange Tradition (siehe Krause u.a.; 1989, 2000).

Verknüpft man beide Ansätze und operationalisiert die theoretischen Annahmen über das Phänomen Ordnungsbildung im Denken durch bekannte Manifeste leistungsfähigen Denkens, die Hochbegabung (Seidel; 2002) und Expertise, letzteres unterteilt in Altersentwicklungsfortschritt (Parra; 2002) und Trainingsstadium (Oelsner; 2002) und erfaßt gleichzeitig die zeitlich hochauflösende Elektropotentialverteilung des Cortex mithilfe des EEG, faßt die Daten zu verarbeitbaren Größen zusammen und ermittelt kognitive Mikrozustände und deren Übergangswahrscheinlichkeiten, so ist man mit dem erhaltenen Maß „Entropieabbau“ (Krause 2000, Krause, Seidel & Schack 2001) zumindest einen kleinen Schritt dem „Gedankenlesen“ – und damit der Vorhersage künftigen Verhaltens oder dem Verständnis Sprachloser – näher gekommen.

Diese Arbeit verdankt ihre Entstehung in erster Linie der großzügigen Unterstützung und unermüdlichen Gesprächsbereitschaft von Dr. Gundula Seidel und Professor Dr. Werner Krause. Mein Leben und Studium bis (zunächst ☺) zum Abschluß meiner Diplomarbeit mit selbstlosem Beistand begleitet, haben meine Eltern, wofür Danksagungen keinerlei Äquivalent bilden.

Dank allen Freunden, Kollegen, Kommilitonen und Gesprächspartnern deren Widerspruch mir wohlgetan.

Besonderer Dank der Liebsten, für *alle* Korrekturarbeiten...

Jena im Mai 2003

Sven Oelsner

## II. Prolegomena

„Wenn jemand Rechenaufgaben zählend löst, und zwar auf Dauer, ist das für mich das Hauptsymptom für eine Rechenstörung“, sagt Wilhelm Schipper, [...] Leiter der Beratungsstelle für Kinder mit Rechenstörungen des Instituts für Didaktik der Mathematik an der Universität Bielefeld [...] Ein weiteres Symptom sei die Unfähigkeit, links und rechts unterscheiden zu können [...]. Beim Schreiben produzieren diese Kinder häufig Zahlendreher. Sie schrieben z.B. 23 wenn sie 32 meinten. [...] Neben diesen Symptomen gäbe es noch zwei weitere [...] Einmal, wenn das Kind nicht zwischen verschiedenen Arten von Wissen hin und her übersetzen könne, wenn es also Wissen, das es beim Bauen mit Bauklötztürmen erworben habe, nicht in die Welt der Symbole, das heißt der Zahlen und Zeichen transferieren könne. Aus diesem sogenannten Intermodalitätsproblem resultiere oft der vierte Punkt, an dem man die Rechenstörung erkennen könne: ein eingeschränktes Zahlen- und Operationsverständnis [...] wenn es z.B. darum geht „was die Zahl drei, wieviel drei sei [...] zu erklären [...] malten die meisten Kinder mit Rechenschwäche [...] daraufhin [...] die Ziffer drei. (FAZ Nr. 82 vom 7. April 2003 S. 11)

In dieser Beschreibung sind Basisgrößen erfolgreichen und effizienten Denkens angesprochen: Komplexitätsreduktion und Doppelrepräsentation, Analogie- und multiple Klassen- und damit Ordnungsbildung. Was im wenig erfolgreichen Fall unterlassen wird, sollte bei angemessener Anwendung und entsprechender Übung leistungssteigernde Folgen haben.

In dieser Arbeit wird versucht, gesteigerte Ordnungsbildung über Strategieklassifikation zu operationalisieren und die dabei auftretenden EEG-Potentialveränderungen in ihrer Prozeßhaftigkeit zu erfassen. Ein solch weitgreifendes Unterfangen fordert natürlich eine klare, integrierte Definition der beteiligten Bestandteile. Deshalb werden zunächst die oben genannten Basiskomponenten aus der Perspektive ihrer möglichen stationären („Langzeitgedächtnisstrukturen“), ihrer flexiblen („Strategieanwendung“) und ihrer flexibel-stationären („Strategietraining“) mentalen Repräsentation betrachtet, bevor das auf diesen Grundüberlegungen aufbauende Experiment beschrieben wird.

Der erste Abschnitt ist mit „Mentale Repräsentation“ überschrieben. Darin wird der generelle Versuch unternommen, diesen schillernden Begriff durch kritische Diskussion vorliegender theoretischer Überlegungen und praktischer neurophysiologischer Befunde vom Kopf auf die Füße zu stellen. Der zweite Abschnitt „Mathematisches Problemlösen“ erhebt dagegen keinen



so generalistischen Anspruch, sondern soll das vorher Eingeleitete auf ein angemessenes Versuchsparadigma zuspitzen und gemeinsam mit dem dritten Abschnitt „Training kognitiver Strategien“ (in dem die Möglichkeit und der Verlauf eines solchen Unterfangens geprüft werden) auf das abschließende Kapitel „Ordnungsbildung“ hinzufügen. In diesem letzten Abschnitt werden Überlegungen zur Entstehung und Transformation ordnungshaltiger kognitiver Strukturen mit ihrer neurophysiologischen Meßbarkeit durch ein informationstheoretisch begründetes Ordnungsmaß nach Shannon und Weaver (1949) im Sinne von Krause (2000b) verknüpft.

Das nachfolgend beschriebene Experiment folgt damit auch Fragestellungen, die sich aus Voruntersuchungen von Seidel (2001) und Krause (2001) ergaben und hat dabei v.a. einen explorativen Charakter.

Die Methode der Entropieabbauermittlung sollte theoretisch und praktisch von verschiedenen Seiten beleuchtet, und durch die intensive Auseinandersetzung mit dem Thema die Möglichkeit zu einer gedanklichen Durchdringung geschaffen werden, die eine der Komplexität der Fragestellung gerechtfertigende Fortsetzung in einer umfangreicheren Arbeit in Aussicht stellt.

Die vorliegende Versuchspersonenzahl läßt keine statistischen Aussagen zu – dieses wäre, ob der außerordentlich zeitintensiven Datenerhebungs- und -auswertungs- prozedur (c.a. 100 Stunden für eine Versuchsperson) im Rahmen einer Diplomarbeit unmöglich zu leisten gewesen – wohl aber methodische. Es liegt hiermit also eine Pilotstudie vor, die durch Aufdeckung von möglichen theoretischen und methodischen Mängeln die Voraussetzung für ein, grundsätzlichen Validitäts-, Reliabilitäts-, aber auch Effizienz- und Effektivitätskriterien genügendes Forschungsprojekt bilden sollte.

Wie sich zeigen wird, war es nicht möglich, die Hypothese des Niederschlags einer erhöhten Ordnungsbildung im äquivalenten Entropiemaß (der prozeßadäquaten Abbildung des Denkvorgangs mittels EEG) unter den gegebenen Umständen zu halten. Welche Konsequenzen und weiterführenden Fragestellungen sich daraus ergeben, wird abschließend entsprechend diskutiert.

### III. Theoretische Grundfragen

#### 1. Mentale Repräsentation

Δοξα, Vorstellung, hat den Namen entweder  
von der Verfolgung, διοξισ, zu der die Seele  
sich aufmacht, wenn sie die Einsicht in das  
Wesen der Dinge verfolgt; oder von dem Schuß  
mit dem Bogen, τοξου βολε.

Platon „Kratylos“

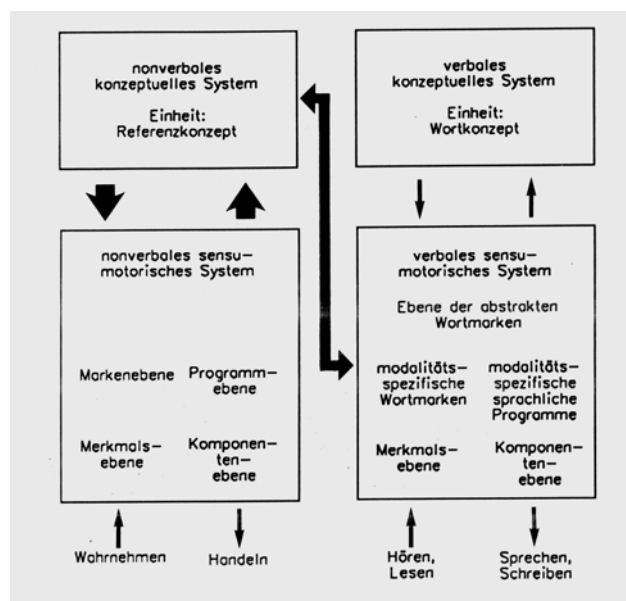
Die Voraussetzung des Denkens bildet die mentale Repräsentation der bearbeiteten Information. Die Psychologie hat im Laufe ihrer langjährigen Geschichte diverse Theorien über Wissensrepräsentation erstellt, die mehr oder weniger plausibel noch heute diskutiert werden ( siehe u.a.: Anderson 1973; Baddeley 1990; Collins & Quillian 1972; Craik & Lockhart 1972; Engelkamp 1990; Johnson-Laird 1983; Kintsch 1977; Klix 1992; Neisser 1967; Paivio 1977; Shepard & Metzler, 1971; Shiffrin, 1970; Tulving, 1972). Von vordergründigem Interesse soll an dieser Stelle die Hinführung auf eine integrierte Theorie der ordnungshaltigen, multimodalen Repräsentation von konzeptuellem und strategischem Wissen sein.

Es erfolgt eine kurze - je nach Bedeutsamkeit für die Arbeit - explizite Erwähnung wesentlicher Überlegungen im Rahmen der kritischen Reflektion der Überlegungen von Krause (2000b) - Kenntnis der (nichtgenannten) Einzelheiten werden beim Leser vorausgesetzt oder können in entsprechenden Monographien oder Überblicksarbeiten nachvollzogen werden (siehe z.B. Tulving & Craik 2000).

Werner Krause unterscheidet 2000 in seinem Buch „Denken und Gedächtnis aus naturwissenschaftlicher Sicht“ **Prozeß- und Repräsentationseigenschaften** des Gedächtnisses.

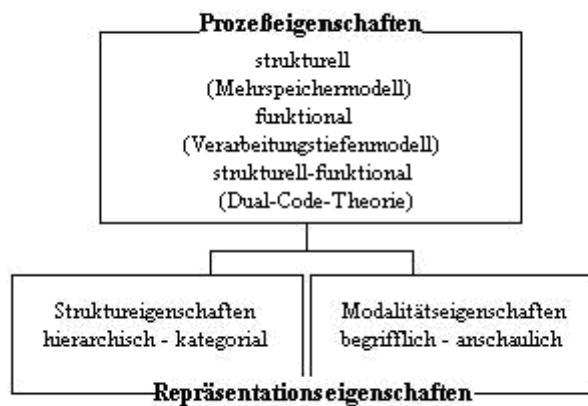
Bei den Prozeßeigenschaften werden - Engelkamp (1990) folgend - der strukturalistische (Mehrspeichermodell von Atkinson & Shiffrin, 1968), der funktionalistische (Verarbeitungstiefenmodell von Craik & Lockhart, 1972) und der strukturell-funktionalistische (Dual-Code-Theory von Paivio u.a. 1971) Ansatz

gegenübergestellt, wobei letzterer vor allem auf der Basis der Argumentation Engelkamps (1990), der Oberflächen- (Wortmarke = einfache sensorisch erfäßbare Eigenschaften) und Tiefenrepräsentationen (Wortkonzept = Bedeutung) unterscheidet, davon ausgeht, daß Information modalitätsspezifisch verarbeitet und gespeichert wird, daß es eigene modalitätsabhängige Gedächtnissysteme gäbe und daß die Verkopplung der Modalitäten, d.b. Multimodalität, für effektive Informationsverarbeitung eine hohe Relevanz besitzt. Er stellt sich damit nach eigenen Aussagen gegen Paivio oder Pylyshyn, die keine eigenständigen konzeptuellen Systeme bzw. keine Modalitätsspezifik sehen.



**Abb. 1.1.** Grundstrukturen des multimodalen Modells. Die Stärke der Linien verdeutlicht in diesem Modell die Wichtigkeit der Verbindungen. So ist die Verbindung von Wortmarke zu Referenzkonzept (nonverboles System) stärker als zum Wortkonzept. Außerdem wird der motorische Aspekt, der laut Engelkamp bisher vernachlässigt wurde, explizit berücksichtigt. (aus Engelkamp 1990)

Die Repräsentationseigenschaften wiederum werden bei Krause in **Struktur- und Modalitätseigenschaften** und - letztere in bildhaft-anschaulich und begrifflich - unterschieden.



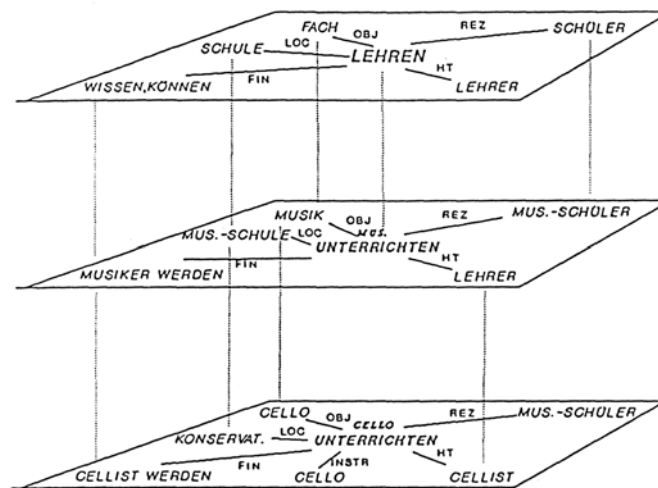
**Abb. 1.2.** Systematik des Gedächtnisses nach Krause (2000b)

Die Struktureigenschaften schließen sich hier stark an das Konzept mentaler Strukturen von Klix & Krause (1969) und deren Modifikation nach Sommerfeld (1994) an (siehe auch Abschnitt III.2.), während die Trennung der bildhaft-anschaulichen und der begrifflichen Repräsentation am Beispiel der Experimente der Vertreter der mental-imagery-Debatte und der Überlegungen zur begrifflichen (Klix 1992), propositionalen (Kintsch 1974), Chunk- (Miller 1956) oder Speicherung von Vereinfachungsprozeduren beschrieben wird. Expliziter erwähnt sei das auf Komplexitätsreduktion durch Ordnungsbildung aufbauende Begriffskonzept von Klix (1992), da es die Grundlage weitergehender, dieser Arbeit zugrundeliegender Überlegungen bildet.

Klix unterscheidet hierbei die Objektbegriffe ( $B_O$ ) als bestehend aus Wortmarke (WM), einem Merkmalssatz ( $M_i$ ), abzweigenden ( $R_A$ ) und einmündenden ( $R_E$ ) Relationen in der Form:

$$B_O = [(WM), (M_i), R_A \cup R_E]$$

wobei das Paar WM und  $M_i$  den Objektbegriff selbst bildet. Begriffe sollen über  $R_A$  und  $R_E$  relational, innerbegrifflich mit Ober- und Unterbegriffen, Synonymen, Antonymen, komparativen und nebengeordneten Objektbegriffen verbunden sein, und zwischenbegrifflich über Handlungsträger-, Rezipient-, Instrumental-, Lokations-, Objekt-, und Finalrelationen, in Ereignisbegriffen, bestehend aus Wortmarke, semantischem Kern und Relationen, eben mit Objektbegriffen, was unten (Abb. 1.3.) dargestellt ist



**Abb. 1.3.** Beispiel für eine strukturelle Konkretisierung von Ereignisbegriffen mit ihren Relationen (Lokal- Objekt- Rezipient- Handlungsträger- und Finalrelation) und deren Übergänge von Ober- zu Unterbegriffen.  
(aus Klix 1992)

Unterschieden werden außerdem Ereignisfolgen, durch die szenische Repräsentationen wiedergegeben werden und relationale Begriffe, die räumlich-zeitliche Zusammenhänge abbilden.

Über diesen quasistationären Strukturen des Gedächtnisses sollen geistige Prozesse wie elementare Prozeduren und aus diesen bestehende Operationen zur Strukturwandlung stattfinden. Zu den Prozeduren werden Aktivierung, Inhibition, Substitution, Transition, Projektion, und Inversion gezählt, zu den globaleren Prozeduren Vergleich, Verkettung, Verdichtung und Verkürzung (siehe zur tiefergehenden Diskussion hierzu auch Abschnitt III.2.).

Was eine Integration und Verdichtung der vielen unterschiedlichen Annahmen und Befunde jedoch erschwert, ist der außerordentlich uneinheitliche Gebrauch der Begriffe „mentale Repräsentation“ und „Gedächtnis“, sowohl in der experimentalpsychologischen-, als auch in der neuropsychologischen Literatur.

Sehen die Vertreter des Mehrspeicheransatzes das Gedächtnis als eigenständige Entität, aus dem die Information nach ausreichender Übung aktiv bewußtseinsfähig ist, so wird es von den Theoretikern mit Differenzierungstendenz als Struktur mit diversen Kanten aufgefaßt, wobei jedoch wieder bestimmte Grobklassifizierungen, diesmal jedoch inhaltlicher Art, nach Modalitäten oder Ähnlichkeitsklassen vorgenommen werden. Fraglich bleibt dabei, wie lassen sich diese Strukturen und deren Speicherorte oder kategoriale Form unzweifelbar nachweisen, da sich viele der bisherigen Befunde und Überlegungen scheinbar widersprechen und sich

Gedächtnisleistungen nur mittels aktueller kognitiver Aktivität nachvollziehen lassen. Daß heißt, sollten unabhängige Speicher oder Strukturen für Begriffe und Vorstellungen existieren, wie sähen diese aus, ohne momentan aktiviert zu sein ? Oder schärfer, ist der Befund der Ordnungshaltigkeit der mentalen Strukturen ein Artefakt der Versuchssituation und der momentan bewußten, kognitiven Aktivität ?

Und als letzte und wesentliche Frage: Wie ist die Verknüpfung von experimentalpsychologischen mit neurowissenschaftlichen Erkenntnissen herzustellen ?

Untenstehend erfolgt eine dezidierte Begriffsklärung der mentalen Repräsentation unter Berücksichtigung sowohl experimentalpsychologischer als auch neurowissenschaftlicher Überlegungen mit einer anschließenden Hinführung zur multimodalen Repräsentation.

Engelkamp & Pechman thematisieren 1988 das Problem der mentalen Repräsentation und stellen die grundsätzliche Frage, was denn eine mentale Repräsentation eigentlich sei, und erwähnen in ihrem Aufsatz u.a., daß die kategorial-semantic-propositionalen Repräsentationsannahmen v.a. der Nutzung vorwiegend sprachlichen Materials bei ihrer Analyse geschuldet seien.

Und auch das grundsätzliche Problem der Repräsentation, nicht nur der Elemente s.a. der Prozesse, wird aufgeworfen, jedoch - Verständnislosigkeit hinterlassend - mit der Frage nach der Repräsentation der Prozeßrepräsentation (was der Frage nach Henne und Ei oder dem Homunculusproblem gleichzusetzen und ebenso lösbar wäre) unterstrichen. Festgestellt wird: „Wenn man davon ausgeht, daß zwischen verschiedenen Repräsentationen regelhafte Beziehungen bestehen, die durch Prozesse vermittelt sind, dann setzen diese regelhaften Beziehungen voraus, daß auch die Prozesse repräsentiert sind.“ Damit wird implizit eine Metaebene oder -prozeß mit willkürlicher Repräsentationsinitiierungskraft angenommen. Dies läßt sich nur mit der Annahme des Prozesses als Erregungsausbreitung über Modulen als dauerhaftem autopoietischen Vorgang beantworten.

Der Artikel von Engelkamp & Pechmann hat diverse Reaktionen hervorgerufen, die 1993 von den Autoren in einem Buch zusammengefaßt wurden.

In diesem Band unterscheidet Herrmann Repräsentandum a, Repräsentat b und Systeme S, zwischen denen sich eine Abbildungsrelation R konstituiert in der Form:  $aRbS$  und schließt sich damit dem semiotischen Informationsmodell von C.S. Peirce (1896), der Repräsentamen, Objekt und Interpretanten als Basis des Informationsvermittlungsprozesses annimmt, an.

Diesem sehr grundsätzlichen Verständnis läßt sich nur wenig mehr als Zustimmung hinzufügen. Le Ny differenziert Repräsentationsereignisse und Repräsentationsmatrizen, letztere als „dauerhafte Strukturen, die bei einem Repräsentationsereignis aktiviert werden“ – während Glaser die Computermetapher in die Diskussion bringt, den Konnektionismus in seiner Praktizierung - der AI - jedoch bedauerlicherweise generalisierend kritisiert, aber auch nachvollziehbar die grundsätzliche Unergründlichkeit der Phänomenologie der *individuellen* mentalen Repräsentation erwähnt.

Neumann diskutiert mentale Repräsentation in der Grauzone des Übergangs zur Wahrnehmung mit Maskierreizen, Blindsight, subliminaler Wahrnehmung und meint, daß mentale Repräsentation der Planung, d.h. der Festlegung gewünschter Handlungsziele, also der Umweltveränderungsantizipation, und nicht ausschließlich der Realisierung einer Handlung dient. Mit der ersten Überlegung zeigt er, daß es auch eine bewußtseinsunabhängige Speicherung und damit Voraktivierung (siehe hierzu Abschn. III.3.) von Informationen geben muß, die entsprechend Handlungsvollzüge ermöglicht.

Gerade v.a. beim Blindsight zeigt sich die Wichtigkeit der Beteiligung einer bewußten Exekutive, da es sich ja um eine externe Repräsentation des Reizmaterials handelt, auf die eine Reaktion erfolgt und die verschwindet, wird der Reiz entfernt. Wichtig scheint auch die Erwähnung des Handlungsaspektes und des Antizipationscharakters der mentalen Repräsentation, da die Ausführung komplexer Handlung, die ebenfalls mental grundgelegt sein muß, in ihren Einzelheiten keineswegs immer bewußt nachvollzogen werden kann – wie auch eine Vorstellungsausführung nicht bewußt verfolgbar ist.

Hoffmann bespricht (seiner Provenienz entsprechend) die begrifflich-kategorial-hierarchische Repräsentation des Wissens unter Erwähnung des Symbol-Distanz-Effektes. Er bemerkt ebenfalls die Wichtigkeit der Berücksichtigung des Effektes der Handlung auf den Gedächtniseffekt und kommt zu der Aussage, daß „die Ursachen für die begriffliche Integration sensorischer Wirkungen nicht in der Ähnlichkeit ihrer Aussagen liegen, sondern in ihrer funktionalen Einbettung in Handlungen.“

Tergan meint, daß die kognitionspsychologische Perspektive eine Betrachtung der „zerebralen Realität“ zugunsten der „psychologischen Realität“ vernachlässigen muß. (Aus heutiger Sicht muß dem jedoch widersprochen werden, da gerade das Verständnis der zerebralen Vorgänge mit modernen bildgebenden Verfahren theoretische kognitionspsychologische Annahmen validieren helfen kann. Vor allem durch experimentelle Betrachtung quasiobjektiver physiologischer Vorgänge lassen sich auch die vereinfachenden, Statik suggerierenden „Tonnenmodelle“ des Gedächtnisses argumentativ entkräften.)

Als bedeutsam bleibt der Entwicklungsaspekt (siehe hierzu auch Rovee-Collier & Hayne in Tulving & Craik 2000!) zu erwähnen, wie dies Krist & Wilkening tun. Hierbei beziehen sie sich auf die klassischen Überlegungen von Piaget zur repräsentationalen Inkompetenz des Säuglings, die sie, wie dessen Überlegungen zur Objektpermanenz widerlegen. Sie untersuchen Annahmen zur ontogenetischen Entwicklung der mentalen Repräsentation nach Übergängen von bildhaft zu symbolisch, eindimensional zu mehrdimensional und holistischen zu analytischen Repräsentationen auf ihre Haltbarkeit, und kommen zu dem Schluß, daß die „im Verlauf der kognitiven Entwicklung bemerkenswerte(n) Veränderungen [...] in aller Regel bereichsspezifisch und nicht, wie in allgemeinen Stufentheorien postuliert, bereichsübergreifend“ sind.

Krause (2000b; S.303-304) zitiert Scheerer (1993), der meint, daß der Begriff „mentale Repräsentation“ für die „Gesamtheit der kognitiven, d.h. gegenstandsbezogenen geistigen Zustände, Fähigkeiten und Prozesse“ steht. Er unterscheidet vier Formen der Anwendung des Begriffes mentale Repräsentation als:

1. inhaltsvoller mentaler Zustand (jeder inhaltsvolle mentale Akt)
2. Re-Präsentation (Vergegenwärtigung)
3. strukturerhaltende Darstellung (isomorphe Abbildung im mathematischen Sinn)
4. Stellvertretung (externer Umstände in internen Strukturen)

Dem Begriff kann man sich also u.a. unter folgenden Perspektiven nähern: der Betrachtung des Verhältnisses von Innen und Außen und deren Übergangsformen wie Wahrnehmung und Handlung, der tatsächlich-aktuellen, quasiobjektiv-physikalischen bzw. der phänomenologischen Vorgänge der Repräsentation, der Art der kognitiven Strukturen, und deren Bildung in Onto- und Phylogenese und durch Praxis.

All diese unterschiedlichen Formen verdeutlichen die Komplexität des Begriffes zu dessen Verständnis noch immer keine befriedigenden integrierten – auch neuere Befunde der Neuropsychologie berücksichtigende – Modelle vorliegen.

Bezüge sich der Begriff der mentalen Repräsentation nur auf die aktuelle Tätigkeit der Produktion und Manipulation von Vorstellungen, Handlungen oder der Anwendung von Strategien (z.B. zum Lösen einer Mathematikaufgabe), wie dies in allen experimentellen Studien zu kognitiven Vorgängen vorausgesetzt werden sollte, so muß dieser immer als dynamische Interaktion verschiedener Produktionssysteme verstanden werden. Ist doch



gerade in neurophysiologischen Studien der aktuelle kognitive Vorgang in der Königsweg zum Verständnis der Informationsverarbeitung.

Auch wenn Läsionsstudien (siehe hierzu Markowitsch 1992; derselbe 2000 in Tulving & Craik) wie die zu dem berühmten Patienten H.M., bei dem nach bilateraler medialer Temporallappenexzision eine schwere retro- und anterograde Amnesie zu diagnostizieren war (Corkin 1984), die Bedeutsamkeit bestimmter Areale als Durchgangsstationen verdeutlichen.

Klimesch beschreibt im Buch von Dörner & van der Meer (1995) „Das Gedächtnis“ den „Stellenwert neurophysiologisch fundierter Repräsentationsannahmen“ und kommt dabei auch auf die Netzwerktheorien der mentalen Repräsentation mit Erwähnung der grundlegenden Überlegungen von Hebb (1949) zur „long-term-potentiation“ und Hubel und Wiesel (1959) zu kortikalen Modulen zu sprechen. Auf die Modulüberlegungen werden außerdem die Divergenz-Konvergenzprinzipien der neuronalen Ebene angewandt. Die Überlegungen zur Modularität **und** Erregungsausbreitung in modularen Netzwerken bei jeder Art kognitiver Operation läßt fixierte Lokalisation spezifischer Inhalte oder Operationen als schwer begründbar erscheinen.

Markowitsch (1992) kommt in einer umfassenden Literaturstudie zur „Neuropsychologie des Gedächtnisses“ zu dem Ergebnis, daß „neben den in der Blütezeit der Lokalisationsforschung vorherrschenden Annahmen einer eng umgrenzten Engrammablagerung, im Laufe der Zeit zunehmend mehr holistische Ansichten vertreten [wurden]“ und das „auf elektrophysiologischen und integrativen bildgebenden Verfahren aufbauende Thesen [...] ein netzwerkartiges Zusammenwirken weiter Hirnbereiche“ (S.223) favorisieren.

Explizit wird eine Arbeit von Posner et.al. (1988) zitiert: „Visual imagery, word reading, and even shifting visual attention from one location to another are not performed by any single brain area. Each one of them involves a large number of component computations that must be orchestrated to perform the cognitive task.“

Und doch finden sich gerade in der Literatur zu neurophysiologischen Arbeiten Befunde zur blitzlichtartigen Aktiviertheit bestimmter Sulci oder Loben bei gleichzeitiger Vernachlässigung der informationshaltigeren Prozeßkomponente.

Albright, Kandel & Posner (2000) meinen zu diesem Problem in einem Überblicksreferat zur „Cognitive Neuroscience“: „However, in tasks involving language, mental imagery, spatial navigation and working memory, where we have been able to dissect them into plausible

computations, it is these components not the tasks themselves that are localized. Of course localization is only a start toward the achievement of cognitive neuroscience.(S.619) “

Die Identifikation der Bestandteile ist nicht der Denktakt selbst, auch wenn dies in den Diskussionen zu entsprechenden Ergebnissen gern implizit unterstellt wird.

Für die Detektion des jeweiligen kognitiven Prozesses wird eine Verlaufs- und keine statische Größe benötigt. Selbstverständlich sind ohne entsprechende Elemente auch keine Prozesse über diesen möglich, aber in neuester Zeit erlauben nicht nur psychophysiologische Methoden wie das EEG mit seiner außerordentlich hohen zeitlichen Auflösung, sondern auch PET oder fMRT neben ihrer räumlichen Abbildungsmöglichkeit auch eine mögliche Abbildung der Dynamik kognitiver Vorgänge.

Da das EEG jedoch auch weiterhin über die höchste zeitliche Auflösungskapazität verfügt, erscheint es nur plausibel, die außerordentlich schnell ablaufenden kognitiven Akte auch mit Akzeptanz der räumlichen Oberflächlichkeit in ihrer Prozeßhaftigkeit mittels EEG zu erfassen. Dieses ermöglichen Ansätze zur EEG-Kohärenzanalyse, die auch eine Möglichkeit zur räumlichen Darstellung – wenn auch nur auf der Kortexoberfläche – der Schwingungsinformation ermöglichen, wobei für deren vertiefende Diskussion auf den Abschnitt III.4. verwiesen wird.

Das grundlegendste Argument für die dynamische Sichtweise scheint die notwendige, nicht nur physiologische, sondern v.a. auch die in der Selbstwahrnehmung auftretende Prozeßhaftigkeit und der Handlungscharakter der mentalen Repräsentation zu sein. Die, in welcher Modalität auch immer stattfindende Informationsgenerierung ist nicht-statisch, so ist es zum Beispiel unmöglich ein Vorstellungsbild einzufrieren, wie eine Photographie, oder ein Wort ohne Intonation – egal ob intern oder extern – aufzurufen, geschweige ein Problem ohne eine oder mehrere Lösungsstrategien (denen die Prozeßhaftigkeit notwendig inhärent ist) zu lösen. Selbst die Vorstellung eines so elementaren Begriffes wie „Haus“ ist schon im Laufe von Sekunden einer ständigen Wandlung in der Priorität der Repräsentation bestimmter Merkmale unterworfen. Fixierbarkeit dieses Begriffes wird nur durch das Gleichbleiben der Phonemverbindungen und Buchstabenfolge suggeriert auch wenn selbst diese variiert werden kann. Diese unvermeidbare Dynamik entspricht jedoch nicht notwendig einer analogen physikalisch-objektiven Dynamik der Umwelt wie Kerzel (2002) in einer Literaturübersichtsarbeit und eigenen Befunden zur Augenfolgebewegung begründen kann, in denen u.a. die repräsentionale Zentripetalkraft untersucht wurde. Versuchspersonen wurden aufgefordert, einem sich in einer Kreisbahn bewegendem Zielreiz mit den Augen zu folgen

oder das Zentrum zu fixieren. Die Erinnerung für den letzten Auftrittsort zeigte in der Augenfolgebedingung eine starke tangential, jedoch nur geringe zentrale Verschiebung, bei der Zentrumsfixierung trat der gegenteilige Effekt auf.

Diese Befunde sprechen v.a. für starke propriozeptive, d.b. handlungsartige Anteile der mentalen Repräsentation, worauf auch Engelkamp (u.a. 1990) besonders insistiert.

Den Überlegungen zu einer dynamischen Repräsentation sehr nah kommt das Arbeitsgedächtniskonzept von Baddeley (1990) welches in Auseinandersetzung mit dem Multimodalitätsansatz entwickelt wurde. Baddeley führte, wie schon an anderer Stelle (Oelsner & Fauser 2001) bemerkt wurde, zahlreiche Interferenzexperimente durch, und unterscheidet als Ergebnis dessen verschiedene Repräsentationssysteme: die „artikulatorische Schleife“, das „visuell-räumliche sketchpad“, sowie die „zentrale Exekutive“. Zur visuellen mentalen Repräsentation genutzt wird das visuell-räumliche sketchpad, von dem Baddeley annimmt, daß die Information zum Aufrufen der Bilder abstrakt im LZG gespeichert ist, daß jedoch auch ein visuell-räumlicher Speicher existiert, der die entsprechende Repräsentationsinformation dann auf dem sketchpad ergänzt. Diese Annahme ließe auch eine sukzessive Manipulation von Vorstellungsbildern zu und integriert sowohl den propositionalen Ansatz (Pylyshyn 1981; Anderson 1983) als auch die analogen Repräsentationsüberlegungen (Kosslyn 1980; Shepard & Cooper 1982).

Vor allem jedoch auch die Annahmen von Klix (1992), trotz ihrer starken Konzentration auf sprachlichen Funktionsprinzipien und der Vernachlässigung der deutlichen Kontextabhängigkeit des Merkmalssatzes eines Begriffes (s.o.), bilden ein nachvollziehbares Modell für die Dynamik des Verstandes. Klix selbst geht Schulter (1975) folgend davon aus, daß die Annahme eines Kurz- oder Arbeitsgedächtnisses redundant sei, da im Prinzip kognitive Prozesse immer auf der Basis der Langzeitgedächtnisstruktur ablaufen.

Baddeley (1999) selbst ist inzwischen dazu übergegangen, die zentrale Exekutive nicht mehr nur als ausführende Instanz darzustellen, sondern meint inzwischen: „we have subsequently abandoned the assumption that the central executive itself stores information, proposing instead that any increase in total storage capacity beyond that of a given slave system is achieved by accessing either long term memory or other subsystem.(S.432)“ (zit. nach Keeler & Swanson 2001). Es verbleibt jedoch die Annahme modalitätsspezifischer Verarbeitung als berücksichtigungswert.

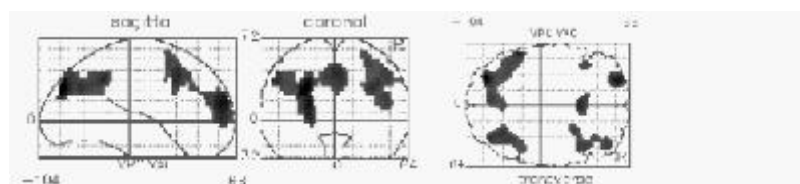
Diese Überlegungen verursachen jedoch noch immer außerordentliche Mißverständnisse, da sketchpad und artikulatorische Schleife als eigenständige Entität bzw. Struktur angenommen werden. Dies führt zu entsprechenden Lokalisationsversuchen, die den Umstand gänzlich falsch verstehen lassen. So sind (nur als Beispiel unter vielen und als Repräsentanten der umfangreichen Literatur (zu ähnlichen Ergebnissen; siehe auch: Gazzaniga et.al. 2000, Cabeza & Nyberg 1997, 2000) bei Dong Soo Lee et.al. (1999) unterschiedlich aktivierte Regionen für verbale und visuelle Arbeitsgedächtnisaktivierungen sowie unterschiedliche Regionen bei Encoding und Retrieval (siehe Abb. 1.3. u. 1.4.) oder bei D. Schmidt et. al. (1999) eine große Breite aktivierter Areale bei einer verbalen Arbeitsgedächtnisaufgabe (siehe Abb. 1.5.) abgebildet.



**Abb. 1.3.** Aktivationen bei verbalen (links) und visuellen (rechts) Arbeitgedächtnisaufgaben  
(nach Dong Soo Lee et.al., 1999)



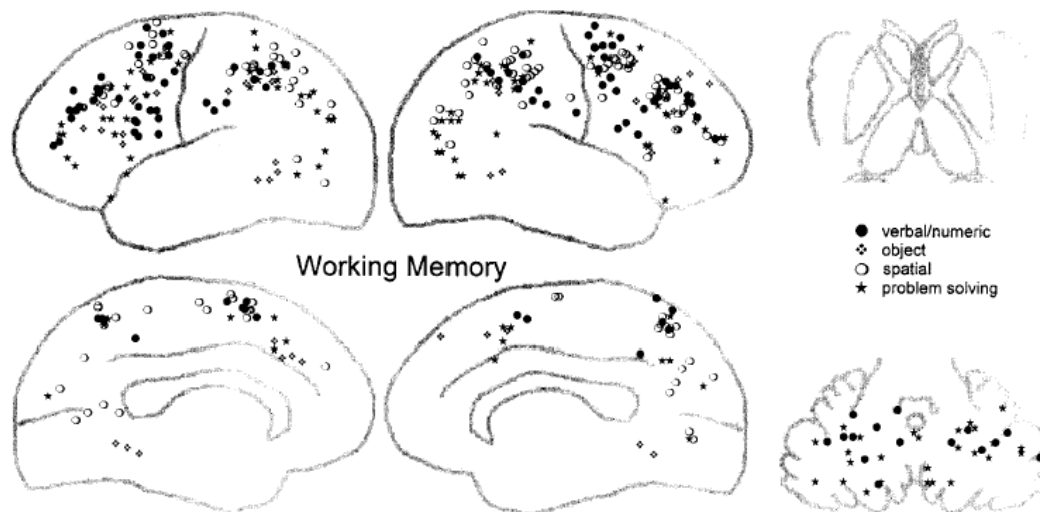
**Abb. 1.4.** Aktivationen beim Encoding (links) und Retrieval im episodischen Gedächtnis  
(nach Dong Soo Lee et.al., 1999)



**Abb. 1.5.** Veränderung des rCBF bei einer verbalen Arbeitsgedächtnisaufgabe beidhemisphärisch anterior cingulär, frontopolar, dorsolateral prefrontal, posterior parietal, superior temporal, superior occipital und präcentral  
(nach Schmidt, D. et.al., 1999)

Cabeza und Nyberg (2000) stellen in ihrer Metaanalyse von 275 PET- und fMRT-Studien resümierend u.a. fest: „Activations in area parietal (Brodman) area 7, for example, were consistently found in studies of attention, space perception, imagery, working memory, episodic memory, and procedural memory. The most parsimonious account of this kind of activation is that they reflect cognitive processes that are tapped by tasks in different domains.

However, most functional neuroimaging studies have preferred to interpret activations within their own domain. Area 7 activations, for instance, were usually attributed to attentional process in attention studies, to perceptual process in perception studies to working memory process in working memory studies and so on. (S.31)\*\* (siehe auch Abb. 1.6.)



**Abb.1.6.** Areale, die mit verbaler (●), Problemlösungs-(★) Objektrepräsentations-(◇) und räumlicher (○) Arbeitsgedächtnistätigkeit als beteiligt gesehen werden. (aus Cabeza & Nyberg 2000)

Den postulierten dynamischen Produktionssystemen müssen selbstverständlich, wiederum kognitive Strukturen zur Verfügung stehen, welche bei Krause (2000b) als kategoriale, auf Aufwandsminimierung und Optimierung strebende, quasistabile Ordnungen diskutiert werden, was mit Experimenten zu Ordnungsproblemen und Beispielen aus der Expertiseforschung belegt wird. Bei den geschilderten Anforderungen (u.a. Michon 1972; Adelson 1981; Krause et.al. 1984, 1989, 1991, 1994; Seifert 1987; Offenhaus et.al. 1983) zeigt sich jedoch auch eine hohe Individualität und Anforderungsabhängigkeit sowohl der Lösungen als auch der Interpretationen, und es stellen sich grundsätzliche Fragen: Wenn eine Klassenbildung stattfindet, wie sollte man sich diese vorstellen – als fixierte Struktur des Langzeitgedächtnisses, sprich, des biologischen Substrats? Bei einem rein experimentalpsychologischen Herangehen ist diese Frage obsolet – sobald eine Verifikation der Hypothesen mit bildgebenden Verfahren angestrebt wird keinesfalls.

---

\* Hierzu sei bemerkt, daß v.a. der Area 7 in den Überlegungen von Seidel und Krause besonderes Gewicht bei der Verarbeitung bildhaft-anschaulicher Information geschenkt wird. (s.u.)

Zwei grundsätzliche Determinanten der mentalen Repräsentation können allerdings generell im Anschluß an Krause genannt werden: **Komplexitätsreduktion** (siehe hierzu auch Abschnitt III.3.) und **Multimodalität**. Diese bilden neben Analogie- und multipler Klassenbildung Basiskomponenten der menschlichen Informations-verarbeitung nach Klix (1992), wie Krause (2001) feststellt. Eine weitere, nicht zu vernachlässigende Basischarakteristik ist aber auch die **Dynamik**.

Zum ersten und letzten Punkt sei für explizite Ausführungen auf Abschnitt III.4.und VIII. verwiesen, zur multimodalen Repräsentation wird im Folgenden hingeführt.

Zu Zeiten der „Mental-imagery-Debatte“ (vgl. Kosslyn 1981; Pylyshyn 1984) war die Diskussion um die Frage nach der notwendigen Unterscheidung oder Form der bildhaft-anschaulichen und der begrifflichen Repräsentation auf ihrem Höhepunkt, aber auch später wurde u.a. mit Hilfe psychophysiologischer Methoden versucht, eine Trennung von begrifflicher bzw. semantischer und bildhaft - anschaulicher Repräsentation durch Lokalisation nachzuvollziehen (u.v.a. Abdullaev & Posner 1998; Chee et.al. 2000; Krause et.al. 1997; Poldrack et.al. 1999; Ricci et.al. 1997; Seidel 1999; Tietze 1996).

Hier soll explizit der Anteil der Doppelrepräsentation bzw. deren schneller Wechsel, der laut Krause (2000b) zu einer erhöhten, mittels EEG-erfaßbaren Ordnungsbildung führen sollte, anhand der Arbeit von Seidel (2001) beschrieben werden.

Basis der Überlegungen von Seidel sind die oben erwähnten Annahmen zur Dual-Code-Theorie von Paivio (1973) und die Weiterentwicklung von Engelkamp (1990). Ihre Argumentation zur Multimodalität fußt auf den experimentalpsychologischen Untersuchungen von Shepard & Metzler (1971) bzw. Cooper & Shepard (1973) und Kosslyn & Ball (1978) zur analogen imaginativen Repräsentation (zur kritischen Diskussion siehe Pylyshyn 1973; 1984; 2001 und Abschnitt VIII.) und der Objekt- bzw. Ereignisbegriffskonzeption von Klix (u.a. 1992) zur begrifflichen (s.o.).

Die Unterscheidung von bildhaft- anschaulicher und begrifflicher Repräsentation wird durch die Beschreibung ausgewählter neuropsychologischer Studien illustriert, wobei sich erhöhte Aktivität bei begrifflicher Repräsentation v.a. in den klassischen Spracharealen Broca- und Wernickeregion und für die bildhaft anschauliche Repräsentation v.a. in parietalen Arealen beider Hemisphären abzeichnen sollen, was in der beispielhaften Darstellung der Untersuchungsergebnisse von Devlin et.al. 2000 und Jordan et.al. 2001 kulminiert.

An diese recht generellen Sicht auf globale Repräsentationsareale werden Untersuchungen und Überlegungen zur Beteiligung bestimmter zerebraler Areale an musikalischer, tänzerischer und mathematischer Begabung angeschlossen, allerdings mit dem Resümee, daß bisher keine Untersuchungen zur Überprüfung der Doppelrepräsentationshypothese, die Klix (1992) folgend, Voraussetzung für Begabung sein soll, existieren.

Klix erwähnte im Bezug auf die Doppelrepräsentationshypothese eine prospektive Längsschnittstudie von Hendrickson (1986). In dieser meint Hendrickson, sich selbst zitierend (1981): „Some individuals have a memory coding system that appears to transform sounds into mentally visualized vertical or horizontal lengths or spans. This is a somewhat different style of memorization in which musical symbols are recalled and transformed into appropriate tones or pitches (S.6)“, und weiter im Originaltext: “These children recalled the music spanwise, and appeared to have developed a repertoire of mental lengths or spaces which corresponded with intervallic information, and to which they referred at will, simultaneously with visual recall. Both possessed absolute pitch and had a dominant visual coding store. (S.195)” Der Autor selbst legt jedoch im Artikel explizit großen Wert auf den emotional-motivationalen Anteil der Begabung, der bei der Ursachenfindung - wie auch Klix & van der Meer (1986) im selben Band bemerken - nicht vernachlässigt werden darf! In der Untersuchung der Letzteren, bei der die mathematische Strukturierungsfähigkeit mit Hilfe des sogenannten „Offenhaus-Paradigmas“, bei dem unterschiedlich komplexe Schachbrettmuster auf mögliche Analogien in der Musterverteilung verglichen werden mußten, untersucht wurde, kommen die Autoren zu dem Ergebnis: „In mathematics the most relevant ability consists in the formation and changing of operative structures. This includes relation recognition and transfer between structures.“(S.251) Vor allem die kürzere Reizaufnahme- und Targetdifferenzierungszeit mathematisch Begabter im Vergleich zu Kontrollgruppen scheint ihm eine bessere Vorstrukturierung vorauszusetzen – d.h. schon mit der Wahrnehmung erfolgt eine strukturelle Einordnung des Materials – von einer Bedeutsamkeit der Doppelrepräsentation ist hier also (noch) nicht die Rede.

Seidel selbst, bemerkt in ihren Ausführungen, daß die Untersuchungen zu Begabung oder Expertise bisher ein sehr uneinheitliches Befundbild ergeben, kommt jedoch insgesamt zu dem Schluß, daß bei Begabten immer zusätzliche Areale aktiviert sein sollten. Die Art der aktivierten Areale wird dabei als stark anforderungsabhängig gesehen. Damit ist eine eindeutige Hypothesenbildung außerordentlich erschwert. Seidel geht jedoch in ihrer Fragestellung davon aus, daß die Trennung unterschiedlicher Modalitäten ausreichend nachgewiesen ist (hierzu u.a. Krause 1997), und daß damit auch die Doppelrepräsentation sich

bei Hochbegabten in der verstärkten Aktivierung der für die begriffliche und bildhaft-anschauliche Repräsentation verantwortlich gesehenen Areale, linkstemporal und rechtsparietal, niederschlagen sollte.

Zur Überprüfung dieser Hypothese wurde von Seidel Versuchsmaterial unterschiedlicher Komplexität genutzt, mit dem eine Repräsentation in beiden Modalitäten möglich sein sollte (siehe Abschnitt IV.).

Die Autorin kommt zu dem Ergebnis, daß Hochbegabte, sowohl bei den Aufgaben die im Curriculum des regulären Mathematikunterrichts enthalten sind, als auch bei komplexeren Anforderungen, die eine Generierung von neuen Strategien provozieren sollten, bessere Leistungen zeigen, einen höheren Entropieabbau (siehe Abschnitt III.4.) und stärkere Aktivierung linksfrontaler und parietaler Areale bilateral aufweisen. Dieser Befund wurde durch die Differenzbildung von EEG-Maps mit der höchsten Eigenübergangszahl der Hoch- und Normalbegabten ermittelt.

Gleichzeitig wird außerdem davon ausgegangen, daß Hochbegabte auch über eine Komplexitätsreduktionsfähigkeit im Sinne einer Zuordnung von Strategien zu Klassen von Lösungs- bzw. Nichtlösungsstrategien verfügen, was über Boltzmannentropie (siehe Abschnitt III.4.) quantifiziert wird, und sich laut Seidel im Entropieabbau, der über das Shannon-Weaversche Informationsmaß (siehe Abschnitt III.4.) bei der Sequenz von Mikrozuständen erfaßt wird, niederschlägt.

Bei diesen Ergebnissen stellt sich natürlich die Frage: Wenn es sich um die Anwendung globaler modalitätsspezifischer Strategien handeln sollte, ist dieser Effekt dann auch durch Übung mit Transfer und Vermittlung der bildhaft-anschaulichen und begrifflichen Strategien erzeugbar, und inwieweit fand tatsächlich eine Doppelrepräsentation und nicht nur eine einfache Strategieanwendung bekannter Strategien ohne Multimodalität und Einordnung der Strategien in Klassen der Lösungs- bzw. Nichtlösungsstrategien statt? Diese Fragen – wenigstens teilweise – zu beantworten schickt sich diese Arbeit an (siehe Abschnitt IV.).

Entscheidend dabei ist nicht die Ermittlung, topologischer Gegebenheiten, sondern die Prozeßhaftigkeit mentaler Repräsentation in einem geeigneten Maß abzubilden. Auch wenn dies nicht die Existenz modalitätsspezifischer Verarbeitungssysteme ausschließt – so ist doch die Ermittlung derselben, wie gezeigt werden soll, nicht vergleichbar nützlich, wie den Verlauf der Interaktion der wesentlich an der Repräsentationsgenerierung beteiligten Bereiche zu verfolgen und mit einem geeigneten Algorithmus abzubilden.



## 2. Mathematisches Problemlösen

φρονησιζ, Denken ... ist die Bewegung und  
des Flusses Wahrnehmung, φοραζ και ρου νοησιζ.  
Man könnte auch annehmen, Genuß der Bewegung,  
φοραζ ονησιζ; jedenfalls aber geht sie auf Bewegung.  
Doch weiter, επιστημη, Erkenntnis, deutet an, daß die  
gediegene Seele den Dingen in ihrer Bewegung  
nachfolge und weder zurückbleibe noch voreile.  
Daher muß man nur das ε abwerfen und sie πιστημη,  
Treubleib, nennen. Συνεσιζ, Einsicht, ferner mag ein  
Zusammenfassen bedeuten. Wenn man aber συνιεναι,  
einsehen, sagt, so sagt man damit ganz dasselbe wie  
mit επιστασθαι, wissen. Denn συνιεναι bedeutet,  
daß die Seele mit den Dingen gehe. Sodann σοφια,  
Weisheit, bezeichnet gewiß das Anhalten der Bewegung.

Platon „Kratylos“

In der Regel dient das problemlösende Denken v.a. dem Abbau eines Spannungszustandes. Nicht selten ist die darauffolgende „Einsicht“ in eine – möglicherweise – richtige Lösung dabei mit einem außerordentlich positiv-euphorischen Er-Lösungsgefühl verbunden, welches Archimedes' „Heureka“-Anekdote vorzüglich illustriert.

Die gern kolportierte Geschichte von der Entdeckung des Benzolrings durch Kekulé\* verdeutlicht z.E. die, der Einsicht vorangestellte, sogenannte Inkubationsphase, in der eine Fügung der vorher „gestörten Gestalt“ eintritt.

Aber auch einen weiteren, nicht zu vernachlässigenden Punkt gilt es zu erwähnen: Die Veranschaulichung der relativ abstrahierten (chemischen) Zusammenhänge. Wie dies auch bei Poincaré für die Mathematik (Fuß-auf-die-Treppe-des-Busses-Eingebung) oder Einstein (Gruber (1995) zitiert Miller (1981,1986), der die Einsichten Einsteins als eine Verbindung aus „Axiomatisierung und Visualisierung“ erklärt) beschrieben wird. Dies entspricht dem oben angedeuteten Gedanken der Vorteilhaftigkeit der „Doppelrepräsentation“. Dem sei hinzugefügt, daß eine, wenn auch oft nur rudimentäre, visuelle Repräsentation (v.a. von Quantifizierungen) nicht nur hinreichend - sondern notwendig zur Lösung eines jeglichen Problems ist – es sei denn, es findet ein „Gedächtnisabruf“ statt. Hier kann man jedoch nicht mehr wirklich von der Lösung eines Problems sprechen, wenngleich der Nutzungsumfang

---

\*

„My mental eye ... could now distinguish larger structures, of manifold conformation; long rows, sometimes more closely fitted together; all twining and twisting in snakelike motion. But look! ... One of the snakes had seized hold of its own tail, and the form whirled mockingly before my eyes. As if by a flash of lightning I awoke.” Zitiert nach H.E. Gruber (1995)

aufgabenspezifisch ist und bei geometrischen Anforderungen größer sein dürfte als bei arithmetischen (siehe hierzu Abschnitt VIII.).

Denken bzw. Problemlösen wird in der Psychologie in kreatives und rationales, induktives und deduktives, komplexes und elementares sowie heuristisches- bzw. algorithmengeleitetes und freies unterschieden.

Köhler (1921) versteht, u.a. als Folge seiner Erfahrungen mit „Sultan“, Einsicht als einen Umstrukturierungsprozeß. Der Gedanke der Umstrukturierung erscheint später mit der Definition kognitiver Strukturen und deren Transformation durch eine Menge geeigneter Operatoren bei Klix & Rautenstrauch-Goede (1967), Klix (1969, 1973, 1992) und Sommerfeld (1994) wieder. Klix & Rautenstrauch-Goede konnten zeigen, daß hochbegabte Mathematik-Spezialschüler im Vergleich zu Normalbegabten schon von Beginn an, bei dem „Turm von Hanoi“ - Paradigma (welches in der Diktion Krauses (2000b) bei der Unterscheidung in Handlungs- und Strukturansatz mit Problemraumeinschränkung bzw. –erweiterung, die jeweils wissensgestützt bzw. wissensarm sein können, als wissensarmes, problemraumabgeschlossenes im Rahmen des Handlungsansatzes betrachtetes Problem angesehen wird) weniger Umwege nutzen und nach der Hälfte der Zeit die optimale Zugzahl erreicht hatten. Diese „Vorstrukturierungstendenz“ Hochbegabter war auch in der Untersuchung von Klix & van der Meer (1986) s.u. zu finden. Man könnte auch von der „Voraktivierung“ kognitiver Strategien (oder Operatoren im Sinne Klix') sprechen, wie dies Krause (2001) tut.

Hier stellt sich wieder die Frage nach der Form der mentalen Repräsentation des strategischen Wissens bzw. was Strategien sind, aber auch die Frage nach der Form einer kognitiven Struktur. Dazu seien zunächst die Probleme definiert und mögliche Operationalisierungen vorgestellt, die mit entsprechenden Strategien, die in nachfolgend definierten, kognitiven Strukturen niedergelegt sind, lösbar werden.

Nach Lürer & Spada (in Spada 1992) werden Probleme folgendermaßen eingeordnet:

<b>Sektoren mit Lücke im Problemraum</b>	<b>Form des Defizits im Problemraum</b>	<b>Problemtyp</b>
Anfangs- und/oder Endzustand unbekannt	Unvollständige mentale Repräsentation	Dialektische Probleme (Komplexe Probleme)
Allgemeine Problemzustände	Relationen zwischen Elementen der Problemzustandsstruktur unbekannt	Neuordnungsprobleme (Anagramme) Transformationsprobleme (Turm von Hanoi)

		Induktionsprobleme (Analogien)
Operatoren	Sequenz der Operatoren unbekannt	Interpolationsprobleme (Math. Probleme) (TvH)
	Geringe oder keine Verfügbarkeit über die Operatoren	Syntheseprobleme (Neun-Punkte-Problem)
	Art der auszuführenden Operatoren bereitet Probleme	Klassifikations-, Kompositions- und Transformationsprobleme
Wissen	Defizit im Aufbau oder der Anwendung	Ordnungsprobleme

**Tabelle 2.1.** Problemsystematisierung nach Spada & Lürer (1992)

Bei Vergegenwärtigung diverser „geschlossener“ Problemräume (die optimal erforschbar sind und deswegen hier besondere Berücksichtigung erfahren; s.u.) der oben genannten Art, d.h. bei denen nur die Sequenz der Operationen unbekannt ist, wie beim Turm von Hanoi oder diversen mathematischen Problemen, stellt sich dabei eine heuristische Strategie als eine Verknüpfung von an sich effektiven – d.h. schon in anderen Zusammenhängen bewährten – diskreten Handlungsunterschriften zu einem Gesamtweg vor. Mathematische Probleme erfordern die Nutzung diverser Algorithmen. Lürer & Spada (1992) diskutieren in ihrem Übersichtsbeitrag zum Denken und Problemlösen die Waagenbalkenaufgabe und stellen fest, daß es die unterschiedlichsten Wege zur Lösung einer auch algorithmisch zu lösenden Aufgabe gibt; ein Umstand den Lehrer immer wieder zu berichten wissen. Beispielhaft sind die außerordentlichen Leistungen eines Gauß, der, aufgefordert die Zahlen von eins bis hundert aufzuaddieren feststellte, daß eins und einhundert, so wie zwei und neunundneunzig usw. einhunderteins ergeben:

$$1+2+3+\dots+100=(1+100)+(2+99)+\dots+(50+51)=50 \times 101.$$

(oder algorithmisch:  $(a+z) \cdot n/2$ )

Möglicherweise hat der junge Gauß um sich die Arbeit zu erleichtern sogenannte „Makros“ gebildet und hat dabei vielleicht eine später von Klix (1992) im Zusammenhang mit dem TvH – Paradigma beschriebene „Inversionsstrategie genutzt – was läge näher, als die Zahlen so zu

addieren, das Maximalzahlen auftreten, die wiederum in sich addierbar sind. Da er feststellte, daß 1 und 100 101 ergeben und dies für alle anderen, in ähnlichem Verhältnis stehenden, nachfolgenden Zahlen ebenfalls gilt, so war nur noch 50 zu multiplizieren.

Auch in der dieser Arbeit zugrundeliegenden Untersuchung gaben die Versuchspersonen die unterschiedlichsten Wege zur Lösungsermittlung an, wobei die prinzipiell explizit vermittelte Teilbarkeitsstrategie nur als eine von einigen Unterstrategien im gesamten Lösungsweg integriert wurde \*.

Bei Klix (1992) werden Strategien als Prozeduren und Operationen verstanden: „Eine kognitive Prozedur ist eine Folge von Operationen, die, miteinander verkettet, zusammenhängende Zustandsänderungen [in kognitiven Strukturen] bewirken, von denen nur das Resultat greifbar ist. [...] Unter einer kognitiven Operation verstehen wir eine elementare Wirkungseinheit, die, angewandt auf eine kognitive Struktur deren Änderung bewirkt. [...] Operationen wirken in kognitiven Zuständen oder Vorgängen, allgemein also in mentalen Strukturen. [...] Operationen und Prozeduren sind in der Zeit ihres Nichtgebrauchs stationäre Strukturen des Gedächtnisses.“ (S.262).

An dieser Stelle bedarf es der Definition der kognitiven Struktur die verändert werden soll und möglichst einer veranschaulichten Darstellung dieser Veränderung.

Eine Struktur wird nach Klix und B.Krause (1969) prinzipiell bestehend aus mindestens zwei Elementen oder Objekten, die in irgendeiner Beziehung zueinander stehen, gesehen (für eine differenziertere Betrachtung sei auf den Originalaufsatz verwiesen). Diese Strukturbeschreibungen können sowohl physikalisch-technische als auch phänomenale, subjektiv repräsentierte Sachverhalte betreffen.

Klix und Krause geben eine allgemeine Definition stochastischer Strukturen (denen in der Psychologie eine entscheidende Bedeutung zugesprochen wird) als ein geordnetes Tripel der Form:

$$\mathcal{S} = (Z, H_z, P)$$

an, wobei  $Z$  als eine Menge von Elementen oder Objekten (z.B. Zustände im Problemlösungsschema, Striche im Wahrnehmungsbereich):

$$Z = \{z_i, i \in I\}$$

---

\* Wurde z.B. die 3456 in unterschiedlichen Kombinationen zur Überprüfung auf Teilbarkeit durch 4 oder 9 dargeboten konnte sie als teilbar „weggedrückt“ werden, da die Quersumme immer 18 ist. Außerdem wird das „Hervorstechen“ gewisser teilbarer Zahlenkombinationen berichtet.

$H_z$  ein Element der Menge aller Morphismen (z.B. Relation, Abbildung, Operation)  $H_i$ , die in  $z_i$  beginnen:

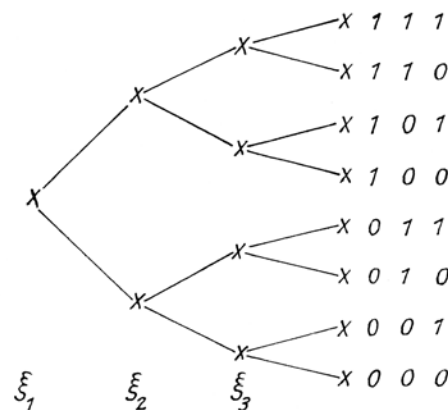
$$H_i = \{\varphi_{ik} : z_i \rightarrow z_k; z_k \in Z\} = \bigcup_{K \in I} H_{ik}$$

und ein Wahrscheinlichkeitsmaß  $P_i$  für jede Menge  $H_i \neq \emptyset$  über den  $\varphi_{ik}$  definiert ist mit:

$$\sum_{\varphi_{ik} \in H_i} P_i(\varphi_{ik}) = 1$$

$P_i(\varphi_{ik})$  bestimmt also die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein bestimmter Morphismus von  $z_i$  ausgeführt wird.

Geht man nun weiterhin von einer Zufallsveränderlichen  $\xi$ , die die Werte  $x_1 \dots x_n$  mit den Wahrscheinlichkeiten  $p(x_i)$  für  $i=1, \dots, n$  annehmen kann, wobei Morphismen der Art  $\varphi_i : \xi \rightarrow x_i$  mit den Wahrscheinlichkeiten  $p(x_i)$  auftreten können aus, so kann eine Sequenz von Entscheidungen über eine Folge von Zuständen als die Realisierung einer Folge von Zufallsveränderlichen, als stochastischer Prozeß, der eine stochastische Struktur bildet, betrachtet werden.



**Abb. 2.1.** Folge von Zufallsveränderlichen in einem stochastischen Prozeß, der eine stochastische Struktur bildet.  
(aus Klix & Krause 1969)

Eine Sequenz einer Folge von Zufallsveränderlichen wäre ein Markoffprozeß.

Zur Zuordnung von Elementen (wie z.B. Strategien) mit Merkmalen zu einer Klasse bedarf es nun wiederum der Annahme einer eindeutigen unumkehrbaren Folge von kritischen Merkmalen (so wie für das Sprachverständnis nie die sämtliche Lautbildungen sondern nur die Phoneme - oder in Engelkamp – Terminologie die Wort- bzw. Bildmarken - entscheidend sind).

Eine Klasse bzw. Kategorie wird definiert durch:

Eine Menge von Objekten (speziell von Merkmalen)  $A, B, C, D \dots$ ; wobei die folgenden Bedingungen gelten:

Für jedes Paar von Objekten von Objekten  $A, B \in \mathfrak{S}$  gibt es genau eine Menge  $h(A, B)$  von Morphismen  $\varphi_{AB} : A \rightarrow B$ . Diese Mengen sind durchschnittsfremd.

Für beliebige drei Objekte  $A, B, C \in \mathfrak{S}$  gilt:

Wenn  $\varphi_1 \in h(A, B)$  und  $\varphi_2 \in h(B, C)$  dann gibt es eine Verknüpfung

$$\varphi = \varphi_2 \varphi_1 \in h(A, C)$$

Außerdem gilt stets:

$$\varphi_3(\varphi_2 \varphi_1) = (\varphi_3 \varphi_2) \varphi_1$$

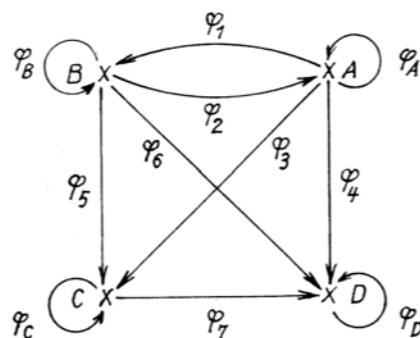
Für jedes Objekt gibt es genau einen Einheitsmorphismus

$$\varphi_A \in h(A, A) \text{ mit}$$

$$\gamma * \varphi_A = \gamma \quad \text{für alle } \gamma \in h(A, \cdot)$$

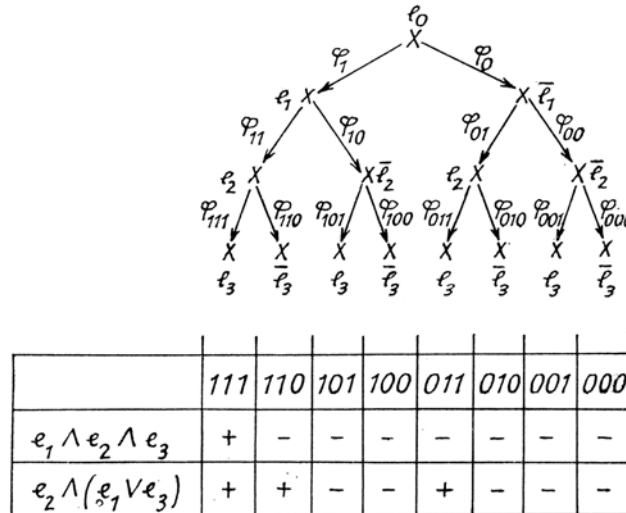
$$\varphi_A * \beta = \beta \quad \text{für alle } \beta \in h(\cdot, A)$$

Eine Veranschaulichung ist in Abb. 2.2. zu finden.



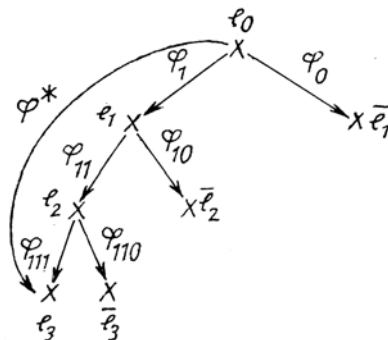
**Abb. 2.2.** Kategorienstruktur (Erläuterungen siehe Text; aus Klix & Krause 1969)

Zur Objekterkennung (bzw. Problemlösung) bedarf es nun der sukzessiven Verknüpfung von Teilmengen über Merkmalen – im unten abgebildeten Fall (Abb. 2.3.)  $e_1, e_2, e_3$ , die dann entsprechend verknüpft werden können.



**Abb. 2.3.** Begriffsidentifizierung als eine Folge von Prüf- und Entscheidungsschritten über den kritischen Merkmalen  $e_1, e_2, e_3$  in unterschiedlicher Verknüpfung. (aus Klix & Krause 1969)

Weiterhin sind Verkürzungen über Morphismen  $\varphi^* = \varphi_{111}\varphi_{11}\varphi_1$ , wie in Abb.2.4. nachzuvollziehen, möglich.



**Abb.2.4.** Zusammenfassung mehrerer Entscheidungsschritte, d.h. Morphismen, zu einem Gesamtschritt (aus Klix und Krause 1969)

Dies ist nur eine Variante von Prozeduren, die von Klix später (1992) beschrieben werden; zu diesen zählen:

Vergleich (von Merkmalen zur Identifikation)

Verkettung (z.B. von Handlungsunterschriften zur komplexen Handlung)

Verdichtung ( $1+1+1+1=4$ )

Verkürzung ( $1+1+1+1=4 \times 1$ )

Operationen (d.h. die Unterschritte der Prozeduren) unterscheidet Klix (1992) wiederum nach:

Aktivierung und

Inhibition (z.B. Filterung von Reizereignissen)

Substitution (z.B. Ersetzung eines (ausgefallenen) Sinnes (Gesicht) durch einen anderen (Tast))

Transition (z.B. mentale Rotation)

Projektion (z.B. intermodale Vergleiche, Lautstärke mit Helligkeit)

Inversion d.h. mögliche Umkehrung aller obengenannten

Wenn Zustände (wie Zustände im Problemraum) und Morphismen (deren Verknüpfung) durch Verkettung, Verdichtung und Verkürzung eine Zusammenfassung zu Makrooperationen erfahren, wie im oben beschriebenen Sinne, stellt sich die Frage: Findet in diesem Falle tatsächlich eine Vereinfachung der kognitiven Struktur im Langzeitgedächtnis statt, oder folgt dies nur aktuellen Erfordernissen? Auch wird wieder der Nachteil der babylonische Begriffsverwirrung bei der Beschreibung kognitiver Strukturen deutlich. Es bedarf mehr der Erkenntnis der Funktion des biologischen Substrats, um greifbare Eindeutigkeit zu schaffen.

Klix geht davon aus, daß diese Operationen und Prozeduren von einer übergeordneten Metaebene aus in Gang gehalten werden. Dies läßt erneut das Bild des Tonnenmodells des Gedächtnisses aufkommen, in das ein Homunculus hineingreift um eine mentale Repräsentation an eine interne analoge Projektionsfläche zu werfen. Vermutlich ist Klix damit mißverstanden, und doch bedeutet die „Verwendung“ diskreter Operationen über Strukturen das Postulat einer entscheidungsfähigen Oberinstanz – die wiederum das Problem der Verortung der Nächsthöheren aufwirft.

Sommerfeld führt (1994) die Überlegungen Klix' weiter. Untenstehende Abbildung 2.5. gibt einen Eindruck der nach Transformationen entstehenden, kognitiven Strukturen und deren möglicher Messung in Zahl von Inferenzschritten.

Das oben erwähnte, außerordentlich intensiv untersuchte Spiel „Turm von Hanoi“ (Klix 1973, Newell & Simon 1972, Karat 1982, Amarel 1983) kann als Beispiel für einige der oben dargestellten Strategien gelten. Dieses Paradigma ist wegen der vollständigen externen Abbildbarkeit der möglichen formalen Handlungsschritte und seines geschlossenen Problemraumes ein außerordentliches Beispiel für die Zusammenfassung von Handlungsschritten zu integrativen Einheiten wie z.B. bei der Drei-Scheiben-Regel (siehe Abb. 2.6.).



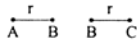

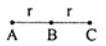

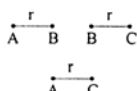


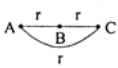

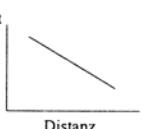

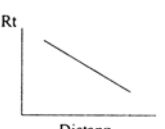


Transformation	erzeugte Struktur	Antwortzeitverhalten	
		innerhalb (Relationen)klassen	und zwischen
- isomorphe Abbildung			Fragen nicht beantwortbar
- Struktur- vereinigung			Fragen nicht beantwortbar
- Hinzufügen (Ableiten)			
- Integration (Ableiten und Vereinigen)			
- Hierarchische Strukturbildung			
- Selektive Strukturbildung		Fragenbeantwortung nur für selektierte Elemente / Relationen	

Abb. 2.5. Systematik kognitiver Strukturtransformationen und ihrer Messung (aus Krause 2000b)

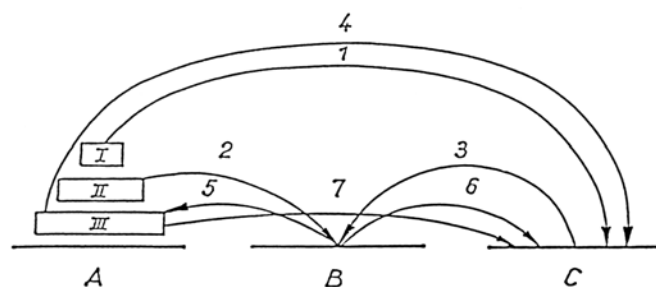


Abb. 2.6. Die Drei-Scheiben-Regel. Eine Abfolge von sieben Schritten, die zu einer zusammenhängenden Einheit verknüpft werden können und bei größerer Scheibenzahl als „Makrooperation“ eingesetzt werden kann.

(aus Klix 1992)

Hochbegabte entscheiden sich zusätzlich, nach Klix, bei einer Zahl von sechs Scheiben für die Antizipation des Zieles und induzieren, was aus diesem Umstand für die Zustände vorher

folgt – d.h. es finden Inversionen also Rückschlüsse von Unterzielzuständen auf zukünftig auszuführende Operationen statt.

Man kann also Verkettungen, Verkürzungen, Verdichtungen und Inversionen finden.

Strategien dienen damit der Handhabbarmachung einer komplexen inneren und äußeren Informationsmenge – wie sich dies von phänomenologischer Seite darstellt. Eine im Langzeitgedächtnis fixierte bzw. „quasistationäre“ Struktur unterliegt danach einer Veränderung durch dynamische Vereinfachungsstrategien wie Prozeduren und Operationen.

Auch hier sei wieder die Frage angefügt, wie die Annahmen der stationären Strukturen und dynamischen Prozeduren sich in einer extern beobachtbaren kognitiven Aktivität abbilden lassen.

In den Überlegungen von Krause (2001) bzw. Seidel (2001) im Rahmen der Untersuchungen zur Doppelrepräsentationshypothese bei Hochbegabten sollte sich die zusätzliche Nutzung einer bildhaft – anschaulichen Strategie bei einer komplexen mathematischen Anforderung (siehe Abschnitt V.) in einer erhöhten Aktivierung des bilateral parietalen und die der begrifflichen in der des frontal-temporalen kortikalen Bereiches niederschlagen. Die relativ differenzierten Strukturtransformations-überlegungen von Klix et.al. bedürfen jedoch möglicherweise eines die in Begriffsaktivierung und Begriffsvernetzung eingeschlossene Aktivierung relativ umfänglicher Bereiche des Kortex berücksichtigenden Maßes, das gleichzeitig aktuellen Einschränkungen bei einer Prozeßfassung Rechnung trägt – mit der Lokalisation von Netzwerken scheint der Problemlöseprozeß nicht recht abgebildet. Vielversprechender erscheint das Postulat einer Ordnungsbildung in der Sequenz von Subzuständen des Denkaktes im EEG (siehe Abschnitt III.4.) beim Vergleich von Extremgruppen.

In den Untersuchungen von Seidel wurden, wie oben erwähnt, sowohl einfache Additionsaufgaben als auch komplexere mathematische Probleme vorgegeben, deren Lösung durch eine Doppelrepräsentation entsprechender Lösungsstrategien, sowie der Nutzung der jeweils aufwandsärmsten, erleichtert und damit sowohl beschleunigt werden, als auch eine erhöhte Ordnungsbildung hervorrufen sollte.

Seidel bespricht in ihrer Arbeit das anatomisch funktionale Modell der Zahlenverarbeitung von Dehaene & Cohen (1995) als Erweiterung eines Modells von Dehaene (1992), in dem von einer Dreifaltigkeit der internen Repräsentation von Zahlen ausgegangen wird. So werden: 1. ein auditiv verbaler Code, welcher präphonologische Wortfolgen ohne numerische Bedeutung enthält (hierauf wird beim Abruf von arithmetischem Faktenwissen zugegriffen); 2. ein visuell-arabischer Code, welcher eine Anordnung arabischer Symbole ebenfalls ohne

Zahlbedeutung enthält (hierauf wird z.B. bei Paritätsentscheidungen zugegriffen); 3. der analoge Größencode, der die numerische Größe einer Zahl als Aktivierungsverteilung über einem mentalen, orientierten Zahlenstrahl (mit logarithmischer Skalierung) repräsentiert, unterschieden (nach Willems 2003). Dieses theoretische Modell hat auch neuropsychologische Implikationen, die im Prinzip den Annahmen des Arbeitsgedächtnisses nach Baddeley folgen. Der verbale Code für die Zahlrepräsentation soll in der phonologischen Schleife im perisylvischen linkshemisphärischen Sprachareal lokalisierbar sein, die arabische Nummernrepräsentation im visuo-spatialen Sketchpad in beidhemisphärischen ventromedialen, okzipito-temporalen Pfaden und die semantische Quantitätsrepräsentation im rechten inferioren Parietallappen (nach Chochon et.al. 1999) (siehe Abb. 2.7.).

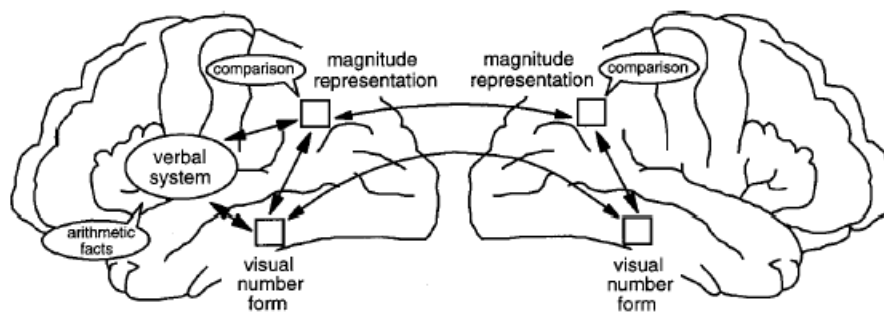


Abb. 2.7. Das Triple Code Modell nach Dehaene (aus Chochon, Dehaene et.al. 1999)

Das Triple-Code Modell hat eine weite Verbreitung erfahren und ähnliche Befunde zur Lokalisation entsprechender Verarbeitungsareale werden von Dehaene und Kollegen (Stanescu-Cosson et.al., 2000, Pinel et.al. 2001), sowie repliziert auch von anderen Autoren berichtet (Menon et.al. 2000, Chochon et.al. 1999). Immer wieder finden sich jedoch auch Befunde mit hoher interindividueller Variabilität und der Beschreibung der Aktivierung weiterer Areale unter anderem von Rückert et.al. (1995). Hier wurde einfaches Zählen mit einer Subtraktionsaufgabe verglichen wobei sich bilateral-prämotorische, posterior parietale, temporale und präfrontale Aktivierungen ergaben.

Zu berichten sei auch eine interessante experimentelle Studie von Seitz & Schuhmann-Hengsteler (2000) mit Doppelaufgabenparadigma. Hier waren u.a. eine Tappingaufgabe, um das visuo-spatiale Sketchpad zu beanspruchen, und gleichzeitig eine einfachere (3x4) oder komplexere (8x17) Multiplikationsanforderung zu absolvieren. Es zeigten sich in der einfachen Anforderung keine, in der komplexen nur marginale Effekte einer Beeinträchtigung, was den Annahmen Baddeleys entspricht, daß Gedächtnisabruf keine Beteiligung der untergeordneten „slaves“ phonologische Schleife und Sketchpad erfordert. Während der Distraktor „articulatory suppression“, zur Belastung der phonologischen

Schleife, in der komplexen Version stärkere Konsequenzen nach sich zog als die Tappingaufgabe. Dies spricht für die Annahmen von Krause und Seidel, daß arithmetische Anforderungen wie Addition und Multiplikation eher begriffliche Verarbeitungsstrukturen denn bildhaft-anschauliche fordern.

Seidel (2001) kommt in ihrer Arbeit auch zu dem Schluß, daß sich grundsätzlich zwei Netzwerke für die Bewältigung mathematischer Anforderungen abzeichnen. Parietale für Mengen bzw. Strategierepräsentation und temporale für Symbolverarbeitung. Diese relativ globale Lokalisierung ist eine Folge der weitreichenden differenten Befundlage – v.a. über die Beteiligung klassischer Sprachareale besteht jedoch alles andere als Konsens, wie Seidel bemerkt.

Nicht abbilden können die Befunde jedoch die *Funktion* der Anwendung unterschiedlicher problemlöseleistungsförderlicher Algorithmen und Strategien, wie Vorstrukturierung, Vereinfachung und die dabei auftretende Strukturtransformation.

Die Tatsache, daß Expertise v.a. im Verbund mit Hochbegabung zu wesentlich erhöhter Lösungsgeschwindigkeit und immer wieder zum Bericht phänomenologischer und experimentell nachgewiesener Problemlösestrategien führte, läßt vermuten, daß es tatsächlich möglich sei, Strategien aktiv zu entwickeln, zu vermitteln und deren Funktion experimentell zu erfassen. Hier stellt sich jedoch die Frage, ob die phänomenologische Wahrnehmung von Strategienutzung nicht nur ein Epiphänomen extensiver Praxis und genetischer Prädisposition ist. Auch muß davon ausgegangen werden, daß es gerade durch Übung und Training zur Strukturtransformation kommt. Deswegen seien im Folgenden eine Diskussion diverser Strategieverständnisansätze und Überlegungen zu deren Vermittlung und Übung mit deren Folgen in der Begabung und Expertise vorgestellt.

### 3. Training kognitiver Strategien

Ein Mathematiker kann die Natur eines Neunecks und eines Zehnecks genau erkennen, weil er sie zu konstruieren und zu untersuchen versteht, wenn er sie auch nicht durch das Gesicht zu unterscheiden imstande ist. Allerdings wird ein Arbeiter oder ein Ingenieur, der ihre Natur vielleicht nicht erkennt, über einen großen Mathematiker den Vorteil haben, daß er sie bloß durch das Gesicht, ohne sie zu messen, unterscheiden kann, wie es Lastträger gibt, welche das Gewicht dessen, was sie trügen müssen, angeben können, ohne sich um ein Pfund zu irren, worin sie den geschicktesten Statistiker der Welt übertreffen werden.

**Leibniz „Neue Abhandlungen über den menschlichen Verstand“**

Gruber (1994) kommt in seiner Untersuchung zur Schachexpertise zu dem Ergebnis, daß Experten schon in der Wahrnehmungsreaktion auf Umweltgegebenheiten (Schachgebot als solches zu erkennen) über eine wesentlich größere Verarbeitungsgeschwindigkeit verfügen als Novizen. Expertise wurde v.a. in Bereichen wie Natur- und Ingenieurwissenschaften aber auch in der Kunst untersucht. Kozbelt (2001) stellt z.B. fest, daß „first-year“ – „visual-art“-Kunststudenten sowohl bei Aufgaben wie mentaler Rotation, Gestalterkennen, nichtfokussierte-Bilder- Deuten, bei einem embedded-figure-Test, als auch beim Nachzeichnen deutlich bessere Testwerte zeigen als Novizen, wobei der Autor davon ausgeht, daß die Überlegenheit „of the art students on both kinds of tasks indicate that art students were more proficient than novices in visual processes involved in analysing patterns and in drawing as well as in the visual-motor processes unique to drawing.(S.718)“

Durch intensives Training lassen sich extraordinary Effekte erzielen, wie Studien nicht nur mit Hochbegabten (Pesenti 2001) zu berichten wissen. So konnten u.a. Chase und Ericsson (1982) und Spelke et.al. (1976) zeigen, daß weit über normale Leistungen hinaus – eine Gedächtnisspanne für Zahlen von 82 statt sieben oder der völlig fehlerfreien Ausführung einer Doppeltätigkeit (Prosatext lesen und gleichzeitig eine diktierter Wortliste schreiben) – Trainingseffekte möglich sind.

Dies setzt natürlich ebenfalls Strukturierung und Strategieanwendung voraus.

Sollte die Höchstleistung wie sie von Spelke et.al. berichtet wird, tatsächlich nur die Folge einer aktiven, bewußt angestrebten Strategieanwendung und Strukturierung durch Chunking o.ä. sein, müßte eine einfache Vermittlung ausreichen um diese Effekte zu erzielen. Von einem solchen Fall kann man getrost absehen, wie die einfache alltägliche Erfahrung lehrt. Mitnichten ist das objektive Wissen um eine mögliche Strukturierung aufgenommener Informationen ein Garant für die fehlerfreie Reproduktion einer 82-stelligen Zahlenliste, geschweige der Ausführung einer Doppeltätigkeit wie der oben beschriebenen.

Es bedarf der Übung, die, wie Experten raten, möglichst problemnah stattfinden sollte. Es kann nicht bestritten werden, daß eine Vermittlung von Informationsverarbeitungsstrategien einen förderlichen Effekt zeitigt – hierzu muß jedoch die Verfügbarkeit von grundsätzlichen Prinzipien vorliegen, die in anderen Kontexten erworben wurden. Dem sei ein Zitat von Dreyfus und Dreyfus (1987; aus Gruber 1994; S. 79) hinzugefügt: „Wenn keine außergewöhnlichen Schwierigkeiten auftauchen, lösen Experten weder Probleme noch treffen sie Entscheidungen; sie machen einfach das, was normalerweise funktioniert.“(S.55) bzw. Ericsson (1985; in Gruber 1994; S.63): „We propose that memoryability is a complex skill acquired through extensive practice.“ (S.189). D.h. man kann davon ausgehen, daß i.a.R. anfänglich keine bewußte und aktive Strategieanwendung und Strukturierung bei der Informationsrezeption stattfindet. Viel eher stellen sich Strategienutzung und Strukturierung als nachträglich, durch den Umgang mit der Information heraus-„kristallisierend“ dar. Daß sinnvolles Material – wie in der Untersuchung von Krause et.al. (1994), bei der die Begriffe Raumsonde, Erdsatellit, Rakete, Jagdflugzeug, Passagiermaschine, Sportflugzeug, Volvo, Wartburg, Trabant, Luftkissenboot, Dampfer und Angelkahn zu organisieren waren – in die entsprechenden Kategorien geordnet wird, folgt der Kontextinformation, die so gestaltet ist, daß zwangsläufig versucht wird, die Information anforderungsabhängig zusammenhängend zu „**nennen!**“. Die Versuchspersonen gaben somit auch eine anforderungsbedingte Ordnung der Begriffe in Zweiklassenstrukturen (schnell- langsam bei Frage nach Geschwindigkeit) bzw. Vierklassenstrukturen (Raum-Luft-Land-Wasser bei Sortieraufforderung) an. Ein ähnlicher Effekt (Bildung einer Zwei-Klassenstruktur bei Vergleichsanforderung) wird auch bei Experten berichtet (Krause et.al. 1989).

Außerdem sei erwähnt, daß die Komplexitätsminderung durch Klassenbildung v.a. die aktuelle Repräsentation begünstigt und weniger eine Struktur eines Langzeitgedächtnisses repräsentiert.

Weil voraussetzungslose Strategievermittlung wenig nützlich ist, bedeutet dies nicht, daß die Vermittlung der Strategie des Zusammenfügens vorhandener Prozeduren zu

Makrooperationen sinnlos wäre – d.h. wenn der inzwischen zum Experten Gewordene dies nicht selbst schon unternommen hat.

Strategien wie die Dreischeibenregel (s.o.) oder ein Matt in drei Zügen im Schach sind durchaus erklärbar und führen nach sofortiger Umsetzung nicht selten zum Erfolg.

Friedrich und Mandl (in Mandl & Friedrich 1992) stellen fest, daß es keine einheitliche Auffassung über die Taxonomie bei Begrifflichkeiten wie „Strategie“ und „Technik“ bzw. „Prozedur“ herrscht, wobei „Strategie“ jedoch oft als Sequenz von Handlungen, mit der ein Ziel erreicht werden soll, bezeichnet wird. Damit sind die Prozeduren auf ihren Platz als zureichende Gründe für Strategien verwiesen – auch wenn Friedrich und Mandl zu recht bemerken, daß dies von der „Korngröße“ der Analyse abhinge, was wiederum darauf verweist, daß auch Prozeduren zunächst erworben werden müssen, und dies nicht selten zielgeleitet. Außerdem findet eine Unterscheidung in Primär- (direkt probleminformationsverarbeitend) und Stützstrategien (motivational-emotionale und metakognitive Komponenten), allgemein (z.B. Textverständnis) und spezifisch (Arithmetik), nach Funktion im Denkprozeß: in Wiederholungs-, Elaborations- (Beispiele und Analogien finden), Organisations- (Kategorisierung) und Kontrollstrategien (Metakognition), sowie in Mikro- (Arithmetik) und Makrostrategien (Lernstil) statt. Die Autoren stellen außerdem fest, daß es einer „reichhaltige(n) und wohlorganisierte(n) Wissensbasis“ und weniger überlegener Strategien bedarf, um sich als Experte vom Novizen zu unterscheiden. Allerdings könnten Experten wieder zu Novizen werden, wenn sie mit neuen, ihnen bisher unbekannten Problemen in ihrem Wissensbereich konfrontiert werden und wieder auf allgemeine Suchstrategien zurückgreifen müssen.

Es zeigt sich, daß der Transfer erworbener Strategien ein eher seltenes Ereignis ist und damit dem Prinzip der „funktionalen Gebundenheit“ (Dunker 1935) bzw. stark dem situativen Kontext folgt (siehe hierzu unten sowie Abschnitt VIII.).

Friedrich und Mandl stellen weiterhin fest, daß bei der Frage danach, WAS einer Förderung bedarf, sowohl die Primär- *als auch* die Stützstrategien (wie Metakognition und emotional-motivationale Bestandteile wie z.B. „self-efficacy“) förderungswürdig sind.

Resümierend wird über das Training von Strategien geäußert, daß die trainierten Strategien um so spezifischer und die Gestaltung des Trainings um so strukturierter sein sollte, je geringer der Entwicklungsstand des Adressaten ist wobei weit entwickelte Personen kognitive Strategien selbst entdecken und weniger direkter Instruktion bedürfen.

Dem hinzuzufügen sei nur, daß das Training einer Strategie durchaus auch mathemathantische, d.h. hemmende Effekte zeitigen kann, wie etwa bei Umschüttaufgaben in,

denen eine bestimmte Strategie zur maßgerechten Füllung eines Kruges erworben, und auch bei veränderten Bedingungen, die eine einfachere Strategienutzung zulassen, beibehalten wird. Dies führt auf das Transferproblem zurück. Selbst - oder gerade bei der ursprünglichen Lernsituation nahen Problemstellungsvariationen kann es zu Fehlern bei der Strategienutzung durch deren Transfer kommen (wobei interessant zu bestimmen wäre wie groß die Transferdistanz sein darf), was einen ständigen individuellen anforderungsangemessenen Überprüfungsvorgang erfordert.

Klauer meint (1993) dazu, daß Transfereffekte von der Spezifität der trainierten Fähigkeiten abhängig sind. So wird das Training allgemeinerer Kompetenzen wie der Konzentrationsfähigkeit, Mittel-Ziel-Analyse oder Vorwärts-Rückwärtsplanung in weit mehr Situationen wirksam, jedoch wahrscheinlich weniger effektiv sein, als das Training eines bereichsspezifischen z.B. arithmetischen Algorithmus.

Nicht zu vergessen sei, daß Training auch einem differentiellen Aspekt folgt. So sind die Effekte eines Trainings auch immer von Lebensalter und momentanem Lernstatus abhängig.

Trainingsabhängige Veränderung werden häufig durchschnittlich mit einem logarithmischen Verlauf im Sinne Fitts' „Law of practice“ dargestellt. Klauer stellt jedoch fest, daß die Durchschnittsbildung keineswegs notwendig nützlich ist. Wenn man Einzelverläufe untersucht zeigen sich häufig, abweichend von einer Monotonie, charakteristische Schwankungen, die einem plötzlichen Zugewinn an strategischem Wissen, mathematischen Effekten oder der Einübung einer neu erworbenen Strategie geschuldet sein könnten. Klauer (1993) stellt verschiedene formalisierte Lernkurvenverlaufsmodelle vor (siehe Abb. 3.1.). Lineare Steigungen sind demnach bei „infiniten“ Leistungsoptimierungsmöglichkeiten (z.B. Fremdspracherwerb), log-lineare bei „finiten“ (z.B. mathematischen Algorithmen) zu erwarten. Mit polynomialen Verläufen können auch nicht monotone Kurven modelliert werden, wobei es jedoch schwierig werden kann, die Parameter psychologisch zu interpretieren. Eine logistische Funktion – bekannt aus der Item-Response-Theorie - kennt auch eine untere Asymptote, womit Sprünge im Kompetenzerwerb abbildbar werden. Zuletzt dargestellt ist das Simplex-Modell (nach Guttman 1954). Der Lernzugewinn wird hierbei als abhängig vom Status und von Zufallsparametern dargestellt, was jedoch ebenfalls schwierig interpretierbar wird. Nicht berücksichtigt ist bei Klauer ein inverser Verlauf der Lernkurve, wie er in der vorliegenden Arbeit gefunden wurde.



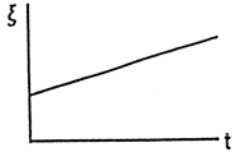
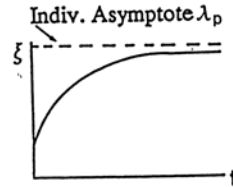
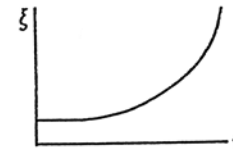
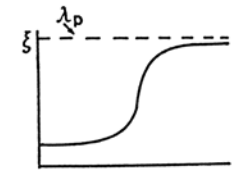
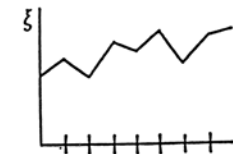
Graph	Bezeichnung	Steigung $\frac{d\xi}{dt}$	Kommentar
	linear	$\theta_p$	t: Zeit $\theta_p$ : Zuwachsparameter der Person P
	exponentiell logarithmisch- linear	$(\lambda_p - \xi) \gamma_p$	$\xi$ : Personenparameter $\gamma_p$ : Zuwachsparameter der Person p
	polynomial 2. Grades	$\eta_{1p} + 2\eta_{2p}t$	Steigung ändert sich zeitabhängig
	logistisch.	$\xi(1 - \frac{\xi}{\lambda_p}) \gamma_p$	Steigung abhängig von $\xi$ und $\gamma_p$
	simplizistisch	$\Delta_p(t_i, t_{i+1}) = (B_i - 1)\xi_p(t_i) + \delta_{ip}$	Zuwachs abhängig vom Zufalls- parameter $\delta_{ip}$

Abb. 3.1. Lernkurvenmodelle (aus Klauer 1993; Erläuterungen siehe Text)

Strategienutzungs- bzw. Trainingsstudien werden oft im Rahmen von „lost or low performance“- Fragestellungen durchgeführt. Hierzu gehören Gedächtnistrainings im Alter, Neuropsychologische Trainings nach Insulten, Training des Planens und Denkens bei Lernstörungen oder Retardierungen, Aufmerksamkeitstrainings und das Training spezifischer Problemlösestrategien im Rahmen spezifischer Programme. In der Regel werden mehr oder weniger experimentell sichtbare Effekte berichtet (z.B. Klauer 1993; Van Luit & Naglieri 1999; Naglieri & Johnson, D. 2000).

Studien zu Trainingseffekten mit bildgebenden Verfahren konzentrieren sich v.a. auf die „Neukartierung“ des somatosensorischen und prämotorischen Kortex nach Körperteilverlust, wobei sichtbare Ausdehnungen von Projektionsarealen nach

Amputationen nachgewiesen werden konnten (z.B. Longoni et al. 2000), oder auf Biofeedbackstudien (siehe Birbaumer & Flor 1999).

Sommerfeld et.al. (1999) haben sich im Bereich der Ordnungsprobleme mit dem Zusammenhang von EEG-Kohärenzparametern und Aufwandsminimierung durch Übung sowie Training mit Transfer beschäftigt und konnten in der Transfersituation eine Aufwandsminimierung im EEG feststellen.

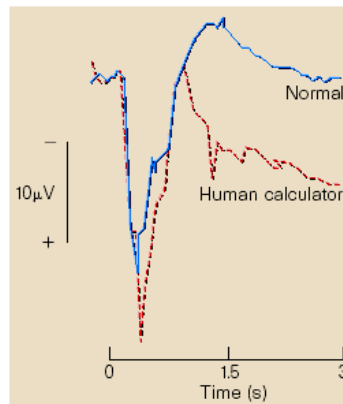
Wenig ist bisher jedoch zu Effekten des Trainings mathematischer Strategien auf zerebrale Vorgänge veröffentlicht worden. Pauli et.al. (1994) bilden hier eine Ausnahme. Ausgehend von der Hypothese, daß der automatisierte Abruf von Lösungen arithmetischer Aufgaben weniger der Beteiligung frontaler Bereiche bedürfte als die aktive Problemlösung, wurde über **vier** Trainingssitzungen mit Einfachziffernmultiplikationen, die im Schweregrad variiert wurden, die EKP erhoben. Die Fronto-centralen Positivierungen gingen dabei mehr und mehr zugunsten centro-parietaler zurück, wie die Autoren berichten.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß es zur Emergenz von Höchstleistungen sowohl der intensiven Übung als auch der Nutzung von Primär- und Stützstrategien anhand des jeweiligen Materials bedarf. Bei Hochbegabten und Experten läßt sich davon ausgehen, daß eine rein genetisch bedingte Bereitschaft des biologischen Substrats sich nicht ohne weiteres vom expliziten Erwerb und der Übung der Mikro- und Makrostrategien trennen läßt. Die Strukturierung der zu verarbeitenden Information in Klassen und Hierarchien tritt dabei als ein durch intensive Praxis und aktuelle Aufgabenanforderung verursachter Effekt auf. Die Entdeckung und Vermittlung von Strategien stellt sich dabei als nicht alleinige Ursache einer erhöhten Leistung dar (siehe Birbaumer 1999 unten).

Insofern stellt sich die Frage, inwieweit die Ergebnisse von Seidel (2001, s.o.) ein Erzeugnis der Strategienutzung sind, die dazu auch vermittelbar ist. Seidel geht, wie Krause (2000) und Klix (1992), davon aus, daß die Leistungen Hochbegabter eine Folge der Strategie der Doppelrepräsentation sind, was (wie oben beschrieben) bedeutet, daß v.a. die Strategie „Multimodalität“ die Grundlage von Höchstleistungen Begabter sei. Bei „Idiot savants“ findet sich jedoch selten Genialität als vielmehr fachliche Spitzenleistung auf einem eng umgrenzten Gebiet.

Birbaumer (1999) erklärt dies, am Beispiel eines „human calculator“ bei dem während einer Multiplikationsaufgabe EKP abgeleitet wurden, mit einer schon auf niedrigsten, vorbewußten Ebenen einsetzenden komplexen Informationsverarbeitung: „But looking at the amplitudes, those of the human calculator are increased compared with the controls early on, indicating

enhanced automatic low-level processing. In the later stages of processing, the human calculator shows smaller amplitudes, indicating less cortical activity.” (S. 212; siehe Abb. 3.2.)



**Abb. 3.2.** EKP während einer Multiplikationsaufgabe dargeboten am Punkt 0. Dargestellt ist der Negativierungsverlauf des „Hochbegabten“ (pointierte Linie) mit einem schnelleren „lower-level-processing“ im Vergleich zu 13 „Normalen“.  
(aus Birbaumer 1999)

Dies spräche gegen eine Nutzung explizierbarer Strategien – jedoch für die Komplexitätsreduktions- und Aufwandsminimierungshypothese.

Ein Trainingseffekt mit oder ohne explizite Strategievermittlung sollte sich sichtbar in Reaktionszeitverminderungen mit durchschnittlich linearem bzw. log-linearem Verlauf niederschlagen, in welchem die Versuchsperson ein individuelles Maximum erreicht. Um die explizite Unterrichtung und das Training der möglichen Nutzung zweier unterschiedlicher „Modalitätsstrategien“ (und deren Gebrauch auch im Transfer) als die entscheidende aufwandsminimierende Strategie von der einfachen Übung einer arithmetischen – und damit als nur begrifflich angenommenen – Strategie, zu differenzieren, bedarf es des im Abschnitt V. dargestellten Versuchsplanes.

Fraglich bleibt auch (nach obenstehenden häufigen Hinweisen), wie die experimentalpsychologisch überprüfte und theoretisch entsprechend begründete Ordnungsbildung mit psychophysiologischen Maßen dynamisch abgebildet werden kann. Dieser Frage widmet sich der nächste Abschnitt.

## 4. Komplexität und Ordnung

παντα ρει

**Heraklit**

Heraklit aus Ephesus stellte in seinem nurmehr fragmentarisch überlieferten Werk „Über die Natur“ (6.-5. Jh.v.Chr.) nicht nur fest, daß alles flösse, sondern, daß man auch nicht zweimal in denselben Fluß steigen könne. Dieser Irreversibilitätsgedanke erscheint in der Physik der Neuzeit mit Clausius' 2. Hauptsatz der Thermodynamik, nach dem alles einem Maximum an Entropie zustrebt, wieder. Zu Anfang u.a. in Haeckels „Welträtseln“ bestritten, inzwischen bis in die moderne Physik mit ihren nurmehr stochastischen Vorhersagemöglichkeiten in Rahmen der physikalischen Theorie von der Kosmologie bis zur Elementarteilchenphysik vorgedrungen, in der wir dem Verhalten der Materie nun nicht mehr unseren gewöhnlichen Zeitbegriff zugrunde legen können, sondern vielmehr den Begriff einer Zeit einführen müssen, die produktiv und irreversibel ist, einer Zeit, die das in geometrischer Ausdehnung begriffene Universum, das wir beobachten, ebenso entstehen ließ, wie es heute noch das komplexe und mannigfaltige Leben erzeugt, dessen Teil wir sind, wie Ilya Prigogine (1990) in seinem „Dialog mit der Natur“ bemerkt.

Der Begriff des „mannigfaltigen Lebens“ weist auf einen der größten Widersprüche der modernen Naturwissenschaften, dessen Rätsel bisher nicht gelöst ist. Seit Erscheinen Darwins' epochemachenden Werkes „On the origin of species by means of natural selection, or the preservation of favoured races in the struggle for life“ 1859 ist die Diskussion um die offenbar nachgewiesenen Tendenzen der Materie zur Unordnung in geschlossenen Systemen, und die gleichzeitige Entwicklung der zu immer größerer Komplexität und damit Ordnung oder Negentropie strebenden Lebewesen in offenen Systemen nicht abgebrochen, auch wenn C.F.v.Weizsäcker meint, daß Gestaltentwicklung selbst eine Entropievermehrung sei.

Das Evolutionsprinzip des Lebendigen ist inzwischen mit Hilfe der modernen Mikrobiologie auch auf der elementarsten „unbelebten“\* Ebene des Phänomens „Leben“ seiner Physik und Chemie überprüft. Dabei hat sich herausgestellt, daß sich schon bei den an der Reproduktion beteiligten biologischen Makromolekülen charakteristische Ordnungen (DNA, RNA) nachweisen lassen, und daß diese den Prozeß der Rekombination durch Informationsübertragung steuern.

An diese Stelle und damit auch grundsätzlich in dieser Arbeit, die sich mit elementaren Informationsverarbeitungsprozessen beschäftigt, stellt sich die Frage, was Information, die aufgenommen, verarbeitet und abgegeben wird eigentlich sei.

Das lateinische Wörterbuch übersetzt „informatio“ mit Darlegung, Erläuterung, Deutung; womit die Grunddeterminanten des Informationsbegriffs Syntax (Beziehungen der Zeichen untereinander), Semantik (Beziehungen zwischen Zeichen und den von ihnen abzubildenden Objekten) und Pragmatik (der Beziehung der Zeichen zu ihren Interpreten) angesprochen sind (Morris 1938).

Klix macht 1973 auf das Problem aufmerksam, daß Semantik nur ihrer Aufgabe gerecht wird, wenn sie auch gleichzeitig eine pragmatische Funktion erfüllt. Diese besteht darin, „etwas“ beim Rezipienten einer Nachricht zu verändern. Hierzu sei v. Weizsäcker zitiert, der (1985 in „Aufbau der Physik“) meinte, daß:

Information nur das sei, was verstanden werde und nur das, was Information erzeuge.

Information erzeugt also in vorhandener Information immer neue Information. Informationserzeugung ist damit auch ein Prozeß, der quasistabile temporäre Strukturen schafft, durch deren Umwandlung durch das Eintreffen *neuer* Strukturen wieder neue Strukturen entstehen, die Information erzeugen.

Informationsverarbeitung bedeutet also das ständige Entstehen neuer Strukturen, deren Neuigkeitsumfang durch die Neuigkeit der eintreffenden Information bestimmt ist.

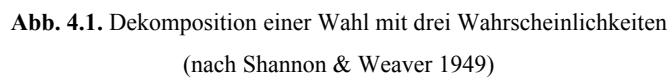
Eine Neuigkeit verringert nach Shannon und Weaver (1949) die Unsicherheit (Entropie) beim Empfänger einer Nachricht. Ist die beim Rezipienten eintreffende Nachricht mit hoher Wahrscheinlichkeit schon antizipiert, hat sie keine entropie- also unsicherheitsverringende bzw. keine Ordnung und damit neue Information, also Strukturen schaffende Funktion. In der „Mathematischen Theorie der Kommunikation“ nach Shannon und Weaver wird die

---

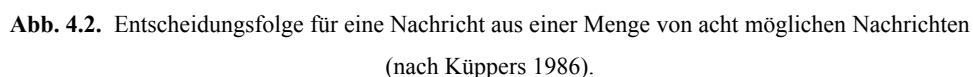
\* An dieser Stelle wird eine explizite Diskussion der Annahmen des Lebendigen auf der Basis diverser „Lebenskräfte“ die keines physikalischen oder chemischen Ursprunges sind, wie sie im Vitalismus zu finden sind, vermieden.

$$H = - \sum p_i \log p_i$$

Wobei H die Entropie (nach Boltzmanns H) und  $p_i$  die Wahrscheinlichkeit für eine Menge von Entscheidungen darstellt. H ist für  $p_1, \dots, p_n = 0.5$  am größten, für  $p_1 = 1$  und  $p_2, \dots, p_n = 0$  am kleinsten. Für unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten ist dies in Abb. 4.1. dargestellt.



In einer natürlichen Umwelt und natürlichen Sprachen treten Informationen, also auch Zeichen mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten auf. Geht man von dem Fall aus, daß Zeichen (eher Phoneme - zur Erleichterung hier jedoch Buchstaben gewählt) in der Sprache eine gewisse Auftretenswahrscheinlichkeit besitzen, so entsteht folgendes Bild:



Und ein Gedanke drängt sich nun auf: Durch das Auftreten einer neuen(!) Information d.h. Elementen, die nicht ohne „Reibungsverluste“ eine vorhandene Information (meint Struktur) durchwandern, erfolgt eine Transformation der vorhandenen Information (=kognitiven Struktur) u.a. durch Verkettung, Verkürzung usw. bis die vorhandene Information der eingehenden äquivalent ist, und somit keinerlei Unsicherheit mehr auftritt, die Wahl des nächsten Schrittes zu allen anderen möglichen quasi gleichwahrscheinlich wird und die Invarianzen der Umwelt systemadäquat abgebildet sind. Dies kann als dauernder, wiederholter und irreversibler Prozeß, der über dissipative Strukturen konservative erzeugt, mithilfe derer wiederum dissipative Strukturen zur Erzeugung neuerlicher konservativer möglich werden (zur tiefergehenden Diskussion der Unterscheidung dissipativer und konservativer Strukturen sei auf Prigogine u.a. 1990 verwiesen), kurz, als klassischer Lernmechanismus beschrieben werden.

Diese Negentropiebildung ist damit eigentlich eine, scheinbar Umwege gehende, Entropiebildung, indem durch den immer stärkeren Abbau von Unsicherheit durch Strukturtransformation eine maximale Anpassung an die Exosysteminformation bis zur Identität, d.h. Ununterscheidbarkeit möglich wird.

Was uns nun subjektiv-phänomenologisch wie Ordnungsbildung vorkommt, welche uns eine stärkere Umweltanpassung ermöglicht, ist objektiv gesehen ein entropischer Prozeß, da die bessere Anpassung an die Umgebung ein Identifikationsprozeß ist, der auf Gleichverteilung, nach Boltzmann, strebt.

Welchen pragmatischen Zweck sollte eine eintreffende Nachricht verfolgen als den der Reduktion der Unsicherheit und damit Erhöhung der Entropie - nicht im Empfänger sondern im System!

Auch der berühmte vom Dach fallende Ziegel nimmt eine systemadäquate Struktur an.

Friedhart Klix beschreibt 1992 in seinem Buch „Die Natur des Verstandes“ eine evolutionäre Theorie des menschlichen Denkens „Vom angeborenen Erkennen zum gedanklichen Vorausspiel“.

Hier wird gezeigt, daß zum einen durch das Aufbrechen von genetisch grundgelegten Erkennungssystemen mit enger Stimulus-Response-Bindung in weit vormenschlichen Lebenserscheinungsformen, und zum anderen variabler gedanklicher Kombination möglicher Handlungsschritte zu komplexen, zielorientierten Handlungsfolgen, also durch Strukturierung und Begriffsbildung (s.o.) und damit verdichteter Kommunizierbarkeit von Ereignissen, die außerordentlich gute Anpassungsfähigkeit menschlicher Intelligenz möglich wird. Der

„verwickelten“<sup>1</sup> Komplexität der Umwelt wird also mit „verflechtender“ und zusammenfaltender Komplexbildung begegnet.

Führt die Graugans beim Herausrollen eines Ei's aus ihrem Nest ein festgelegtes Verhaltensprogramm aus, welches auch fortgesetzt wird wenn sie des Gegenstandes ihrer Bemühungen enthoben wird, so ist schon bei weniger elementaren, nicht-primären Arterhaltungsstrategien wie dem Futterplatzfinden der Drosophila der Psychologen, der Ratte, wie das berühmte Tolman-Experiment zeigt, die Fähigkeit zum Aufbrechen fester Handlungsfolgen, zu finden.

Zur Werkzeug*nutzung* ist es nur ein kurzer Schritt – zur Werkzeug*herstellung* ein scheinbar weiter. Jedoch nur scheinbar, wie neuere Experimente aus Oxford (Weir 2002) zeigen.

Hier zeigt sich<sup>2</sup>, daß schon Krähen in der Lage scheinen, in natürlicher Umgebung nicht vorkommende Werkzeuge (Drähte) so herzurichten, daß vorher unzugängliche (in einem Zylinder fixierte jedoch durch mit Henkel! versehene Transportmittel durchaus erreichbare) Nahrung durch Zwischenzielkombinationen zugänglich gemacht werden kann (siehe Abb. 4.3.)



**Abb. 4.3.** Nutzung eines vorher entsprechend zugerichteten Drahtes als Haken zur Erreichung der im Zylinder befindlichen Nahrung. (aus Weir et.al. 2002)

Werkzeugherstellung und -nutzung läßt eine erhöhte Überlebenswahrscheinlichkeit zu wie unzweifelhaft anzunehmen ist. Wie jedoch läßt sich dieses Repräsentation einer Ausgangs- und Zielsituation mit den entsprechenden zielführenden Unterschriften adäquat abbilden ?

---

<sup>1</sup> Siehe etymologisches Wörterbuch !

<sup>2</sup> Sollte es sich nicht um einen der inzwischen beliebt gewordenen Wissenschaftsscherze handeln, worauf die Koinzidenz von Name des Erstautors und dem zentralen Element des „Science-Artikels“ schließen lassen könnte.



Die theoretische Voraussetzung bilden die in den vorhergehenden Abschnitten vorgestellten Annahmen über eine verdichtete und dynamische mentale Repräsentation einer komplexen Umwelt und die Schritte zu deren Integration in das kognitive System, um künftigen, ähnlichen Ereignissen angemessen begegnen zu können.

Diese oben beschriebenen Annahmen über eine Ordnungshaltigkeit von Prozessen lassen sich mit Krause (u.a. 2000b) auch für einen kognitiven Prozeß nachweisen.

Theoretisch wird hier davon ausgegangen, daß die Zuordnung einer Strategie in die Klasse der Lösungsstrategien und die damit erzeugte Ordnung und Aufhebung der Entropie durch die, aus der Thermodynamik stammende, Boltzmann-Entropie beschrieben werden kann.

Hier wird angenommen, daß der Logarithmus der Anzahl der möglichen Komplexionen, d.h. der Klassen denen ein Teilchen (oder Elemente einer Strategie) zugeordnet werden kann, der Entropie direkt proportional sei in der Form:

$$S=k \cdot \ln W$$

Wobei S für die Entropie, k für die Boltzmannkonstante und W für die möglichen Komplexionen steht.

Für die Komplexionen gilt:

$$W = \frac{N!}{N_1! \cdot N_2! \cdot \dots \cdot N_n!}$$

Je weniger Möglichkeiten zur Zuweisung von Elementen zu Klassen und je weniger Klassen und Elemente existieren, desto kleiner wird die Entropie.

Wie untenstehendes Beispiel zeigt:

$$W = \frac{3!}{3!}$$

Bei drei möglichen Komplexionen bedeutet die variable Zuordnung eines Elementes zu einer Klasse maximale Entropie. Bei fixierter Zuordnung diverser Elemente in entsprechende Klassen ist  $W=1$  und damit die Entropie  $S=0$ .

$$W = \frac{3!}{1!1!1!}$$

Dies bedeutet auf das kognitive Strukturpostulat übertragen, daß bei der Zuordnung von Strategien in die Klassen der Lösungs- und Nichtlösungsstrategien – bei der Aktivierung der einen und Inhibition der anderen – ein größerer Ordnungsgrad vorliegt, der die Lösung des Problems vereinfacht.

Diese strukturellen Annahmen sind auch auf Prozeduren mit diskreten Schritten übertragbar. Hierzu ist die Definition des Informationsgehaltes von Zeichen im Übertragungsprozeß nach Shannon und Weaver (1949) s.o. zur Grundlage genommen.

Zusätzlich zu dem oben beschriebenen Fall des sicheren Übertragungskanal läßt sich auch die Variante einer Übertragung mit Rauschen definieren, wobei anstelle der Auftrittswahrscheinlichkeiten bedingte Wahrscheinlichkeiten gesetzt werden, die das Eintreffen eines Zeichens beim Empfänger unter der Bedingung der Sendung definieren.

$$H_i = - \sum_{j=1}^N p(j/i) \log(p(j/i))$$

Wird das gesendete Zeichen empfangen, ist die bedingte Entropie  $H_i$  klein und damit wird eine Reduktion  $H_{\text{red}}$  der maximalen Entropie  $H$  groß:

$$H_{\text{red}} = H - \sum_{i=1}^N p(i) H(i)$$

Besteht keine Verbindung der Zeichen (in diesem Fall der empfangenen und gesendeten) untereinander, nimmt die bedingte Entropie zu, womit eine Reduktion der maximalen Entropie marginal und die Unsicherheit beim Empfänger maximal bleibt.

Geht man beispielsweise von einer gleichmäßigen Folge der Verknüpfung von sechs Zuständen aus, deren Auftreten unabhängig voneinander ist, so ist  $p(j) = p(j|i)$  – also die Wahrscheinlichkeit, daß  $j$  unter der Bedingung  $i$  auftritt – gleich der generellen Auftretswahrscheinlichkeit von  $j$ . Die Information für ein Folgeereignis  $j$  erhöht sich infolge des Auftretens von  $i$  nicht. Tritt jedoch Verkettung auf, wie in Abb. 4.4. rechts zu sehen ist, nimmt bei Kenntnis des Primarereignisses die Information über das Folgeereignis zu. Die Stärke der Verkettung (hier als Liniendicke und -vorhandensein veranschaulicht) gibt die Ordnung und gleichzeitige Einfachheit der Struktur wieder.

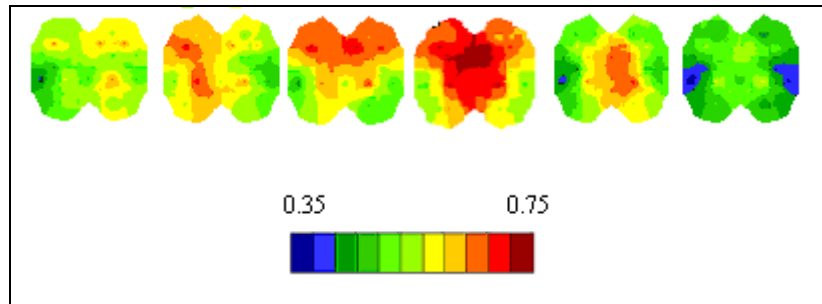


**Abb. 4.4.** Unterschiedliche Stärke der Verkettung von Ereignissen. Links mit gleichverteilten Übergangswahrscheinlichkeiten, rechts mit größeren Determinismen und damit einfacherer Struktur.  
(nach Seidel 2001)

Dieser grundsätzliche Gedanke läßt sich auch auf, mit psychophysiologischen Mitteln erfaßte, kognitive Vorgänge übertragen. Wäre es möglich, prototypische Zustände des Denkaktes zu bestimmen und deren Aufeinanderfolge nachzuvollziehen, wäre eine charakteristische, prozeßadäquate Abbildung des kognitiven Aktes möglich. Dies berücksichtigt auch die bei Differenzfragestellungen häufig vernachlässigte Beteiligung außerordentlich unterschiedlicher Kortexareale auch schon an einfachsten Arbeitsgedächtnisanforderungen (siehe: Cabeza & Nyberg 2000).

Geht man beispielsweise davon aus, daß mit einer (unten noch zu beschreibenden) Methode sechs diskrete, die Gesamtdatenmenge durch Segmentierung reduzierende, Durchschnittszustände der Erregungsverteilung am Kortex ermittelt werden, deren Aufeinanderfolge in der oben beschriebenen Weise nach Shannon & Weaver Determinismen widerspiegeln, ließe sich eine Aufwandsreduktion mit vereinfachender Strukturbildung

durch Verharren in bestimmten Zuständen und bestimmte Übergänge in festgelegte andere nachweisen.



**Abb. 4.5.** Mikrozustände mit Erregungsverteilung an der Kortexoberfläche erfaßt über die Kohärenz der Signale benachbarter EEG-Kanäle (rot=hohe, blau=niedrige Kohärenz)

Voraussetzung hierzu bildet die Annahme der Erfäßbarkeit der kognitiven Dynamik über die Kohärenzanalyse, deren Basis wiederum das Bindungstheorem (von der Malsburg 1995, Singer 1999) bildet. Mit der adaptiven Kohärenzanalyse nach Schack (u.a.1995,1999), die eine hohe Zeit- und Frequenzauflösung erlaubt, lassen sich zwei EEG-Signale als zweidimensionaler, autoregressiver, nichtstationärer Prozeß mit zeitabhängigen Parametern betrachten, der mit Hilfe des „Autoregressive Moving Average Model“ (ARMA) modelliert werden kann. Das Optimierungskriterium zur Parameteranpassung ist dabei die Minimierung des Vorhersagefehlers nach „Kleinstquadratkriterium“.\*

Kohärente Schwingungen zweier benachbarter EEG-Kanäle ergeben eine Kohärenzfunktion, im Folgenden als quadriertes, normalisiertes Kreuzleistungsspektrum beschrieben, wobei  $f_{x,y}(\lambda)$  das Kreuzleistungsspektrum und  $f_{x,x}(\lambda)$  sowie  $f_{y,y}(\lambda)$  die Einzelleistungsspektren wiedergeben.

$$\rho_{x,y}^2 = \frac{|f_{x,y}(\lambda)|^2}{f_{x,x}(\lambda) \cdot f_{y,y}(\lambda)}$$

Damit ist es nach Schack et.al. (1999) möglich, die gesamte Entwicklung der Kohärenzfunktion für jedes EEG-Kanalpaar zu berechnen.

An dieser Stelle kommt die Entropiedefinition für Informationsmaße wieder zur Berücksichtigung. Die negative Entropie zwischen zwei Zufallsvariablen ist definiert als:

---

\* Zur Diskussion der Vorteilhaftigkeit der adaptiven Parameteranpassung sei auf Schack 1996 verwiesen, die untenstehenden Ausführungen folgen in Teilen der Darstellung von Seidel (2001).

$$S_{x,y} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{x,y}(x,y) \ln \left[ \frac{f_{x,y}(x,y)}{f_x(x) \cdot f_y(y)} \right] dx dy$$

wobei  $f_x(x)$  und  $f_y(y)$  die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen der individuellen Zufallsvariablen sind und  $f_{x,y}(x,y)$  die gemeinsame Wahrscheinlichkeits-dichteverteilung ist. Diese Art der Messung ist in der Statistik bekannt als Bestimmung der Negentropie der wahren Verteilung  $f_{x,y}(x,y)$  mit Berücksichtigung einer angenommenen Verteilung der unabhängigen Variablen  $f_x(x)$  und  $f_y(y)$ . Mit einer auf festgelegte Frequenzbänder angepassten Berechnung der Negentropie lassen sich danach die *Bandkohärenzen* für alle EEG-Kanalpaare berechnen. Diese Kohärenzverteilungen können mit einem Mappingverfahren, welches die über benachbarten Elektrodenpaaren gemessene Kohärenz zwischen diesen positioniert (Rappelsberger & Petsche 1988), veranschaulicht werden (siehe Abb. 4.5)

Die Kohärenzvektoren können wiederum in Abschnitte mit ähnlichen Kohärenzwerten zusammengefaßt werden, deren Ähnlichkeit in einem Zeitintervall über eine gewichtete Korrelation der Kohärenzvektoren  $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_m)$  und  $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_m)$  bestimmt werden kann ( $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_m)$  stellt hierbei den Wichtungsvektor dar):

$$w(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{\sum_{m=1}^M p_m a_m b_m}{\sqrt{\sum_{m=1}^M p_m a_m^2 \cdot \sum_{m=1}^M p_m b_m^2}}$$

Für zwei benachbarte Zeitfenster werden mittlere Kohärenzvektoren berechnet:

$$a_m(t_k) = \frac{1}{N} \sum_{j=k-N+1}^k (\rho^2)_{t_j}^m \quad b_m(t_k) = \frac{1}{N} \sum_{j=k+1}^{k+N} (\rho^2)_{t_j}^m$$

Deren Produkt reziprok zum Wichtungsvektor steht:

$$p_m(t_k) = \frac{1}{|a_m(t_k) \cdot b_m(t_k)|}, m = 1, \dots, 30$$

Daraus resultierend kann die Ähnlichkeit von aufeinanderfolgenden Kohärenzvektoren wie folgt beschrieben werden:

$$w(t_k) = 1 - w(a(t_k), b(t_k))$$

Sie ist für identische Kohärenzvektoren eins. Zur Bestimmung einzelner Segmente wird als Schwelle ein 80% Quantil der Segmentierungsfunktion berechnet. Jedes lokale Maximum, welches diese Schwelle übersteigt, dient als Segmentgrenze. Ein Segment ist interpretierbar als stabiler Mikrozustand mit synchroner Oszillation.

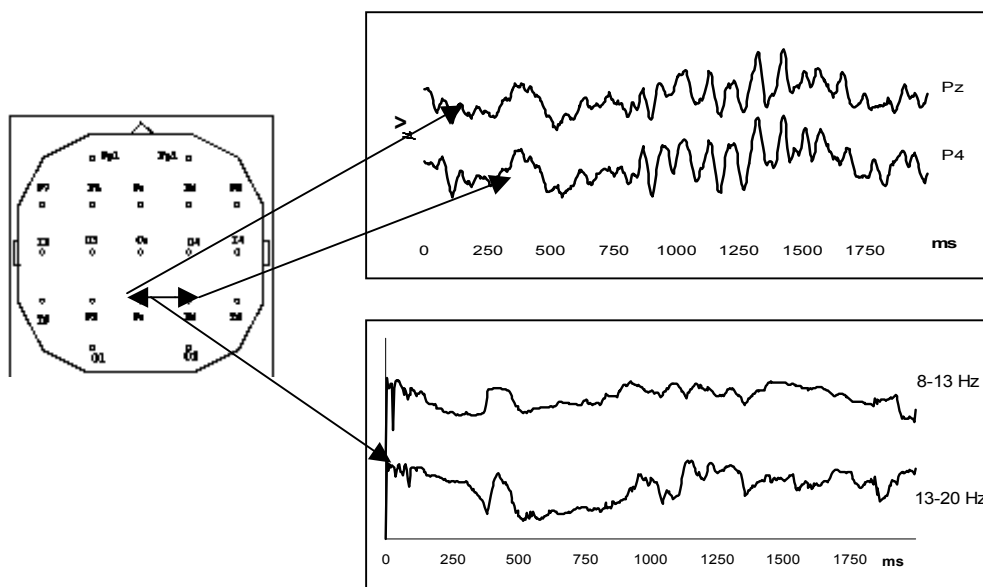


Abb. 4.6. Bandkohärenzen (unten) resultierend aus der gleichartigen Schwingung zweier benachbarter EEG-Kanäle (oben)

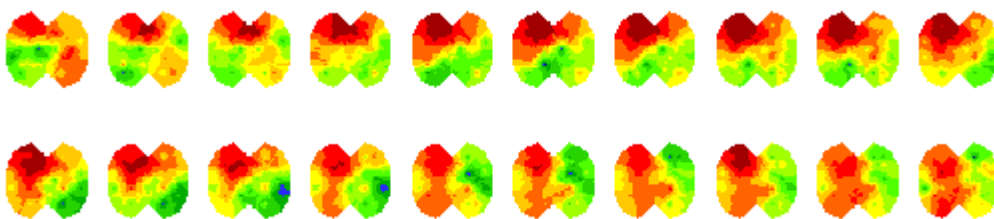


Abb. 4.7. Folge von Kohärenzmaps

Nach der Feststellung stabiler Mikrozustände wird versucht prototypische Zustände zu bestimmen. Dazu werden alle Segmente einem Fuzzy-Clusterverfahren unterzogen, deren nichthierarchischer Ablauf die Feststellung der optimalen Clusterzahl fordert. Nach Seidel

(2001) zeigt sich bei Berechnung einer Straffunktion ein globales Minimum von sechs Clustern, weswegen für diese Untersuchung ebenfalls die Clusterzahl sechs angenommen wird.

Diese sechs Cluster können nun in der oben beschriebenen Weise nach Determiniertheit ihrer Aufeinanderfolge (durch Kenntnis der Zuordnung der Segmente zu Clustern, ihres Beginns und ihrer Dauer) untersucht werden. Über:

$$H = - \sum_{j=1}^N p(j) \log(p(j))$$

läßt sich die Auftrittswahrscheinlichkeit eines Clusters bestimmen und über:

$$H_i = - \sum_{j=1}^N p(j/i) \log(p(j/i))$$

die Übergangswahrscheinlichkeit der Cluster ineinander und damit, inwieweit durch das Auftreten von i, das Erscheinen von j vorhergesagt wird. Wenn die Cluster unabhängig voneinander auftreten, ist  $H=H_i$ . Besteht jedoch eine Beziehung zwischen den Clustern, läßt sich die Entropiereduktion berechnen:

$$H_{\text{red}} = H - \sum_{i=1}^N p(i) H(i)$$

Mit diesen Überlegungen ist eine den Denkprozeß in seiner sequentiellen Charakteristik abbildende Methode geschaffen, die eine Bildung von einfacheren Strukturen als Konsequenz von Trainingsprozessen erfassen könnte.

## IV. Fragestellung und Hypothesen

Im Anschluß an die Überlegungen von Krause (2000) und die Ergebnisse von Seidel (2002) stellt sich die Aufgabe zu ermitteln, inwieweit die gefundenen Effekte eines erhöhten Entropieabbaus bei Hochbegabten ein, durch Vermittlung von Strategien bildhaft-anschaulicher bzw. begrifflicher Lösungsmöglichkeiten und Übung derselben, erzeugbarer Effekt ist.

Das heißt, sollten die Hochbegabten tatsächlich beide Modalitätsstrategien – im Sinne von Krause (2000), Klix (1992) und Hendrickson (1986) – verfügbar haben und diese dann in die Klassen der Lösungs- bzw. Nichtlösungsstrategien einordnen, müßte dieser Effekt auch lernbar sein.

Gleichzeitig soll ausgeschlossen werden, daß sich die Erhöhung des Entropieabbaus nicht aus dem einfachen Wechsel innerhalb *einer* Modalität ergibt, sondern daß es sich tatsächlich um einen Effekt der Doppelrepräsentation handelt.

Schlußendlich muß eindeutig geklärt sein, daß der erhöhte Entropieabbau nicht durch einen einfachen Übungseffekt erzeugt wird, sondern tatsächlich die Folge der Modalitätsstrategievermittlung ist! Der Entropieabbau wird hier als Funktion der Trainings- bzw. Übungshäufigkeit betrachtet. \*

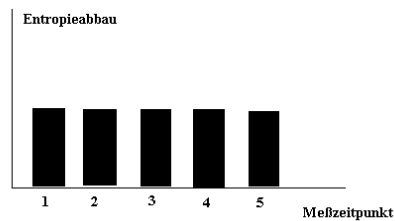
- Theoretische Hypothesen:
1. Die Nutzung und Übung *einer* bekannten Strategie innerhalb einer Modalität fördert keine erhöhte Ordnungsbildung.
  2. Die Nutzung und Übung *zweier* bekannter Strategien innerhalb einer Modalität fördert keine erhöhte Ordnungsbildung.
  3. Das Training zweier unterschiedlicher Modalitätsstrategien sollte eine erhöhte Verfügbarkeit derselben und damit der Ordnungsbildung hervorrufen.

---

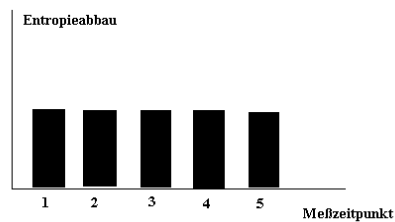
\* als Folge von sich aus der Durchführung des Experiments ergebenden Erkenntnissen stellt sich post hoc eine Spezifizierung der Hypothesen durch Verhältnissetzung von Lösungszeit und Entropieabbau als angemessen dar (siehe Abschnitt VIII.)



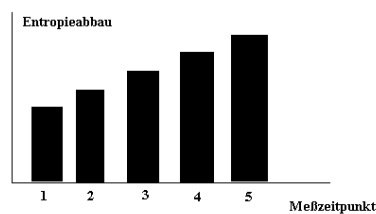
- Empirische Hypothese:
1. Die Übung einer Teilbarkeitsstrategie für die Teilbarkeit durch sechs hat keinen Anstieg des Entropieabbaus über die Sitzungen zur Folge.



2. Die Übung zweier Teilbarkeitsstrategien bei der Teilbarkeit durch vier und neun hat keinen Entropieabbauanstiegseffekt über die Sitzungen.



3. Das Training zweier Strategien in unterschiedlichen Modalitäten (bildhaft-anschaulich vs. begrifflich) sollte einen Anstieg des Entropieabbaus zur Folge haben.



# V. Experiment

## 1. Aufgabe

Um der Hypothese folgend die Strategienutzung unter verschiedenen Trainingsbedingungen sich im Entropieabbau niederschlagend zu finden, wurde ein dreistufiges Verfahren gewählt. Zunächst hatten die sechs Versuchspersonen zweihundert mal eine jeweils andere vierstellige Zahl auf ihre Teilbarkeit durch 6 zu überprüfen und dieses durch Tastendruck zu bestätigen oder zu verneinen. Hierzu wurden ihnen Teilbarkeitsregeln vorgelegt, deren Kenntnis vorausgesetzt wird und deren Übung keinen Strategiewechsel erfordern sollte.

Zum Zweiten war, um auszuschließen, daß ein Strategiewechsel allein im begrifflichen Bereich Änderungen im Entropieabbau zeitigt, ebenfalls zweihundert mal die Teilbarkeit einer vierstelligen Zahl durch 4 und 9 zu bestimmen. Auch hier wurden entsprechende Teilbarkeitsregeln vorgelegt und war die Lösung durch Tastendruck zu manifestieren.

Desweiteren wurden den Versuchspersonen fünf komplexe mathematische Anforderungen, die eine Nutzung sowohl der bildhaft-anschaulichen, als auch der begrifflichen Strategie erforderte, dargeboten und die Lösung im Anschluß erfragt.

Diese drei Anforderungen waren fünf mal, möglichst in Dreitagesabständen, innerhalb von vierzehn Tagen zu absolvieren.

Im Anschluß an die Versuchsphase wurde ein HAWIE durchgeführt.

## 2. Versuchsplan

Jede Versuchsperson wurde jeder der folgenden Variablen zugeordnet:

Unabhängige Variablen	Sitzung 1	Sitzung 2	Sitzung 3	Sitzung 4	Sitzung 5
Teilbarkeit durch 6	<b>Abhängige Variablen:</b> Dauer, Richtigkeit, EEG, Verbale Äußerungen über Vorgehen				
Teilbarkeit durch 4 und 9					
Komplexe Aufgaben					

Unabhängige Variable	Zusätzliche Sitzung
HAWIE	<b>Abhängige Variablen:</b> Test - und Teilergebnis Gedächtnisspanne für Zahlen

### **3. Versuchspersonen**

Sechs Schüler eines Jenaer Gymnasiums, vier männlich zwei weiblich, zwischen 18 und 19 und Rechtshänder, wurden mit Unterstützung der Mathematiklehrerin, die den Leistungskurs, den die Schüler besuchten, betreute, rekrutiert. Sie erhielten eine Aufwandsentschädigung von 100 DM. Ob des explorativen Charakters dieser Untersuchung und der beschränkten Finanzen, sowie der notwendigen Voraussetzung grundsätzlicher mathematischer Kenntnisse, mußte und konnte die Stichprobe entsprechend gewählt werden und gilt somit als quasiexperimentell.

### **4. Geräte und Material**

Zur Darstellung des Materials wurde ein handelsüblicher Computerbildschirm und eine mit drei Tasten versehene Maus genutzt. Das Darstellungsprogramm wurde für alle drei Aufgaben (ohne HAWIE) von Jörg Peuckert programmiert und liegt im Institut für Psychologie der Universität Jena vor.

### **5. Durchführung und Instruktionen**

Jede der sechs Versuchspersonen mußte sich zunächst dem etwa eine halbe Stunde dauernden Setzen der Elektroden unterziehen und wurde anschließend in der EEG-Kammer in einer Entfernung von c.a. zwei Metern zum Computerbildschirm postiert und aufgefordert während der, je nach Trainingsgrad – 1½ bis 2 Stunden dauernden und von c.a. fünfminütigen Pausen unterbrochenen Messung, so wenig wie möglich Blick-, Zwinker-, oder andere grobmotorische Bewegungen zu machen. Die Instruktionen für die Teilbarkeitsregeln lagen den Versuchspersonen zu jeder Sitzung vor, die für die komplexen Anforderungen wurden mündlich-interaktiv gegeben. Die Darstellung auf dem Bildschirm wurde im minimalst-lesbaren Schriftgrad (i.d.R. „36“) gehalten und bei Bedarf auf die Versuchsperson angepasst. Jede Versuchsperson hatte im Rahmen einer Sitzung zunächst 200 mal die Teilbarkeit einer vierstelligen Zahl durch 6 festzustellen, danach war die Teilbarkeit einer vierstelligen Zahl durch 4 und 9 mit folgender Instruktion zu bestimmen. Hierzu wurden ihnen folgende Instruktionen vorgelegt:

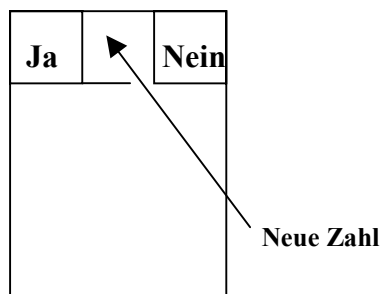
Auf dem Bildschirm werden Ihnen nacheinander 200 Zahlen demonstriert, für die Sie durch Drücken der entsprechenden Tasten entscheiden müssen, ob sie durch 6 teilbar sind !

Eine Zahl ist durch 6 teilbar, wenn sie durch 2 und durch 3 teilbar ist.

Bsp.: Ist 6252 durch 6 teilbar ? Ja, weil sie durch zwei (am Ende steht eine gerade Zahl) und durch drei (die Quersumme von 6252 ist  $6+2+5+2=15$  und damit durch 3 teilbar) ist.

Bei Teilbarkeit durch 6 ist die LINKE Maustaste zu drücken, bei Unteilbarkeit ist die RECHTE Taste zu drücken !

Bei Erscheinen des Kreuzes in der Bildschirmmitte kann eine neue Zahl durch Drücken der MITTLEREN Maustaste aufgerufen werden.



Bei Bedarf – vor allem zum nochmaligen Überdenken der Vorgehensstrategie - kann vor Aufruf der nächsten Zahl, bei Erscheinen des Kreuzes, eine Pause gemacht werden.

Bitte arbeiten Sie vor allem so gewissenhaft und dann so schnell wie möglich !

Auf dem Bildschirm werden Ihnen wiederum nacheinander 200 Zahlen demonstriert, für die Sie nun durch Drücken der entsprechenden Tasten entscheiden müssen, ob sie durch 4 oder 9 teilbar sind !

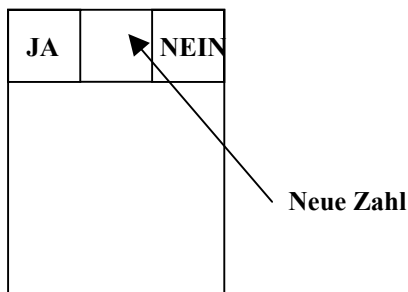
Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn die aus den letzten beiden Ziffern bestehende Zahl durch 4 teilbar ist.

Bsp.: Ist 3924 durch 4 teilbar ? Ja, weil 24 durch 4 teilbar ist.

Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.

Bsp.: Ist 2556 durch 9 teilbar ? Ja, weil  $2+5+5+6=18$  und 18 durch 9 teilbar ist.

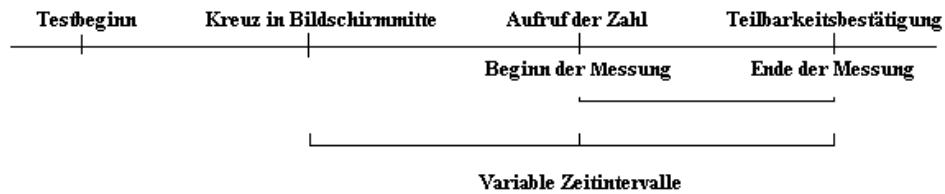
Bei Teilbarkeit durch 4 oder 9 ist die LINKE Maustaste zu drücken, bei Unteilbarkeit ist die RECHTE Taste zu drücken ! Bei Erscheinen des Kreuzes in der Bildschirmmitte kann eine neue Zahl durch Drücken der MITTLEREN Maustaste aufgerufen werden.



Bei Bedarf – vor allem zum nochmaligen Überdenken der Vorgehensstrategie - kann vor Aufruf der nächsten Zahl, bei Erscheinen des Kreuzes, eine Pause gemacht werden.

Bitte arbeiten Sie vor allem so gewissenhaft und dann so schnell wie möglich !

Die Instruktionen machen deutlich welchem Ablaufschema die Aufgaben folgten:



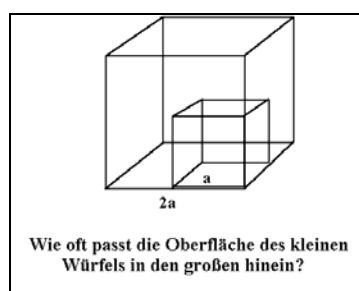
Für die einzelnen auf Teilbarkeit zu überprüfenden Zahlen wird auf den Anhang verwiesen. Zuletzt war die Lösung von fünf – in fünf Sitzungen also insgesamt fünfundzwanzig – komplexen mathematischen Anforderungen folgender Art zu vollziehen: Zunächst wurde – nur in der ersten Sitzung – folgende Testaufgabe präsentiert:

5   118   8

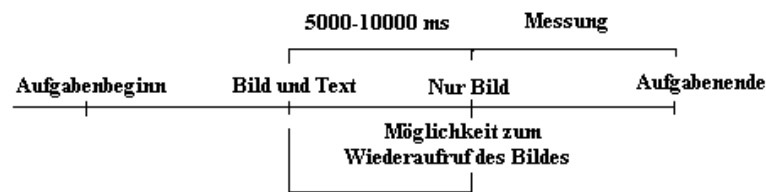
Wie lautet das Ergebnis, wenn Sie die erste mit der dritten Zahl multiplizieren und durch die Quersumme der zweiten Zahl dividieren?

Danach folgten die fünf Aufgaben der Sitzung in ihrer Darbietungsreihenfolge. Als Beispiel ist hier die erste Aufgabe vorgegeben, für die restlichen vierundzwanzig wird auf den Anhang verwiesen.

### 1. Aufgabe



Die Darbietung der Aufgaben entsprach folgendem Ablauf:



Die Versuchspersonen wurden davon in Kenntnis gesetzt, daß bei Drücken der linken Maustaste Bild und Text auf dem Bildschirm erscheinen. Nach 5000-10000 ms wurde der Text ausgeblendet um sicherzugehen, daß keine Informationsaufnahme und Lesetätigkeit mit störenden Augenbewegungen mehr auftritt. Wenn die Versuchsperson die Aufgabe nicht ganz verstanden hatte, wurde ihr die Möglichkeit gegeben, den Text beliebig oft mit der linken Maustaste wieder auf dem Bildschirm erscheinen zu lassen. Das Zeitfenster wurde so variabel gewählt, da die Aufgabentextlänge unterschiedliche Lesedauern erforderten. Mit der rechten Maustaste war die Aufgabenbeendigung anzugeben. Die Lösung wurde hier aus Praktikabilitätsgründen mündlich erfragt.

Die Sitzungen wurden – soweit dies machbar war – in Dreitagesabständen fünfmal wiederholt. Daß das Training innerhalb von wenigstens vierzehn Tagen zu absolvieren sei, folgte einer Expertenempfehlung unter Vorbehalten (Bauersfeld, persönliche Konsultation). Daß diese Zeit möglicherweise nicht ausreichte, um den Trainingseffekt im Wechsel zwischen bildhaft-anschaulicher und begrifflicher Repräsentation durch den Entropieabbau abzubilden, soll später diskutiert werden.

Inwieweit das Training der Teilbarkeitsstrategien wenigstens in den Verhaltensdaten einen Effekt zeitigt, konnte in einer explorativen Pilotstudie anhand der Verringerung der Lösungszeiten zur Asymptote nach fünf Sitzungen bei der Teilbarkeit durch sechs und einer Kurve mit asymptotischer Tendenz bei der Teilbarkeit durch vier und neun gezeigt werden. Dies ließ darauf schließen, daß eine fünfmalige Sitzungswiederholung ausreichen kann, um entsprechende Effekte auch im Entropieabbau zu finden.

Als wahrscheinlich am Effekt beteiligte Variablen waren die – durchaus erwünschten – mathematischen Vorkenntnisse der Versuchspersonen, die durch die selektive Wahl relativ einheitlich sein sollten und auch durch die Meßwiederholung differenziert ins Verhältnis gesetzt werden konnten, anzusehen. Nicht zu vernachlässigen ist selbstverständlich auch der Grad der Ausgeruhtheit v.a. bei der Reihenfolge der Aufgabendarbietung und die Einstellung zum Experiment.

Zum Teil mußte auf die strikte Einhaltung der „Drei Tage“-Regel bei der Sitzungswiederholung verzichtet werden, was ebenfalls einen nicht zu vernachlässigenden Beitrag zur Performanz geleistet haben könnte. Während jedoch Ausgeruhtheit und Einstellung zum Experiment nicht erfasst wurden, kann zumindest der Faktor Sitzungsabstand mitdiskutiert werden. Die Versuchspersonen befanden sich im Sitzungszeitraum nicht unter Drogen oder anderweitig beeinträchtigenden Einflüssen.

## **6. Datenerhebung**

Erfasst wurden die Lösungsdauer, bei den Teilbarkeitsaufgaben bei Erscheinen der Zahl, bei den komplexen mathematischen Anforderungen immer bei Verschwinden des Textes, und die –richtigkeit, bei den Teilbarkeitsaufgaben automatisch, bei den komplexen Aufgaben durch nachheriges Erfragen.

Außerdem wurde ein EEG mit neunzehn Ag/AgCl-Elektroden aufgezeichnet, die nach internationalem 10/20-System (Jasper; 1958) angebracht wurden. Zusätzlich wurden die Augenbewegungen mithilfe des EOG erfaßt; zwei verbundene Mastoidenelektroden und eine Nackenelektrode dienten als Referenz. Zur Erhöhung der Leitfähigkeit und zur Reduktion des Widerstandes unter  $5k\Omega$  wurde Elektrodengel auf die Kopfhaut aufgebracht und darauf die Elektroden befestigt. Der Frequenzfilter wurde auf 0,3 – 70 Hz und die Abtastfrequenz auf 256 Hz gesetzt. Die Datenerhebung erfolgte mit der „Brainstar“- Software auf einem Rechner, der mit dem Versuchsrechner verbunden war, um entsprechende Marker im fortlaufenden EEG zu setzen, die Aufgabenbeginn, Lösungsbeginn, Lösungsunterbrechung und Lösungsende anzeigten.

## **7. Datenauswertung**

Die Verhaltensdaten, Lösungsdauer und Fehlerrate, sowie der Entropieabbau wurden mit einer Regressionsanalyse zur Erfassung eines möglichen signifikanten Anstiegs überprüft.

Die EEG-Daten wurden artefaktbereinigt, um den verfälschenden Einfluß von Muskelbewegungen auszuschließen. Amplituden größer  $80\mu V$  wurden entfernt. Danach wurden die Daten der beschriebenen Kohärenzanalyse nach Schack (u.a. 1996, 1999)

unterzogen, die eine Berechnung des fortlaufenden EEG erlaubt. Weiterhin wurde eine Segmentierung zur Zerlegung des Kohärenzvektors in Abschnitte mit ähnlichen Kohärenzwerten, die stabile Mikrozustände mit synchroner Oszillation ergaben, vorgenommen. Um die Datenmenge weiter zu minimieren, wurden alle Segmente einem Fuzzy – Clusterverfahren unterzogen um prototypische Mikrozustände zu ermitteln, deren Zahl in früheren Untersuchungen (u.a. Seidel 2002) mithilfe einer Straffunktion auf sechs festgelegt werden konnte.

Diese sechs Mikrozustände wiederum wurden mit Hilfe des Shannonschen Informationsmaßes auf ihre Übergangswahrscheinlichkeiten überprüft.

Die EEG-Daten wurden vollständig, d.h. ohne Ausschluß der Trials in denen die Vpn fehlten, ausgewertet. Dies liegt begründet in der insgesamt geringen Fehlerzahl, der eigentlichen Fragestellung und in nicht zu vernachlässigenden Effizienz und Effektivitätskriterien, denen auch diese Arbeit genügen mußte. Da das Hauptanliegen der experimentellen Anordnung in der Induktion der Strategienutzung lag und die Vpn dem auch i.a.R. nachkamen (und da v.a. bei den komplexen Aufgaben weniger die Lösung, als das Nutzen entsprechender Strategien, was nach jeder Aufgabe erfragt wurde, von entscheidender Bedeutung war) wurden diese Argumente, der ebenso zu recht gestellten Frage nach dem Ausschluß der Falschen gegenübergestellt und mit den zusätzlichen Argumenten des Streuungsausschusses und der größeren (benötigten) Datenmenge zugunsten der Einbeziehung auch der wenigen falsch gelösten Aufgaben entschieden.



## VI. Ergebnisse

Zunächst erfolgt die Darstellung der zusammengefaßten Werte der sechs Versuchspersonen. Zwei der sechs VP wurden nur 120 statt der 200 Aufgaben zur Teilbarkeit präsentiert. Untenstehend sind deshalb die mittleren Daten für die jeweilige Versuchssituation getrennt dargestellt. Dies geschieht auch für die komplexen Anforderungen um eine personenspezifische Tendenz in der Höhe des Entropieabbaus zu eruieren. Die Erfassung der Fehler erfolgte bei den komplexen Anforderungen nicht auf quantitativem sondern qualitativem Weg, was bedeutet, daß wegen der geringen Aufgabenzahl pro Sitzung und theoretischer Erwägungen die Lösungsgüte über das Bemühen und den „an sich richtigen“ Lösungsansatz erfaßt wurde. Die Darstellung dieser Angaben erfolgt in der Einzeldarstellung der Versuchspersonen.

Die geringe Stichprobenzahl ließ keine unterschiedsstatistischen Berechnungen zu.

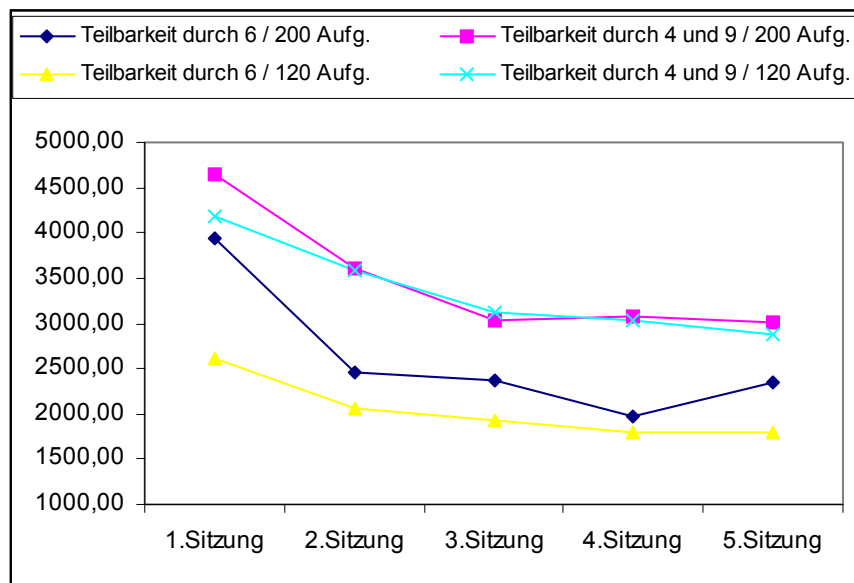
### 1. Zeiten

Die mittlere Zeitverteilung\* über alle 4+2 Vpn zeigt einen inversen Abfall zur Asymptote für alle Teilbarkeitsanforderungen und einen signifikant (.0028) kubischen Verlauf für die komplexen Anforderungen (siehe Abb. 6.1.1.). Es sind grundsätzlich Millisekunden angegeben.

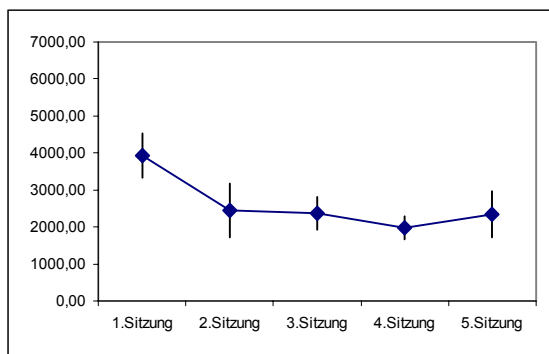
	1.Sitzung	2.Sitzung	3.Sitzung	4.Sitzung	5.Sitzung	Signifikanz
Teilbarkeit durch 6 / 200 Aufg.						
Mittel	3937.17	2456.18	2371.27	1975.56	2346.41	0.011
Standardabweichungen	601.84	725.92	448.03	320.70	619.16	
Teilbarkeit durch 4 und 9 / 200 Aufg.						
Mittel	4644.29	3609.88	3023.54	3069.48	3022.07	0.002
Standardabweichungen	1395.70	757.19	412.47	742.01	423.69	
Teilbarkeit durch 6 / 120 Aufg.						
Mittel	2606.17	2062.58	1932.20	1806.58	1798.58	0.000
Standardabweichungen	195.74	377.35	235.50	71.54	44.06	
Teilbarkeit durch 4 und 9 / 120 Aufg.						
Mittel	4190.15	3592.98	3122.42	3041.42	2881.25	0.002
Standardabweichungen	855.51	983.64	446.34	639.59	375.66	
Komplexe Aufgaben						
Mittel	127916.07	123362.90	74218.53	39870.37	65482.27	0.089
Standardabweichungen	111376.26	85363.41	65821.27	30796.42	72014.13	

**Tabelle 6.1.1.** Mittlere Zeitverteilung (in ms) für alle Vpn und alle Anforderungen

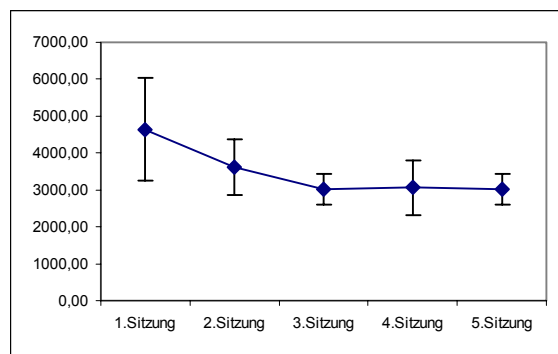
\* der **mittleren** Dauern für eine Aufgabe



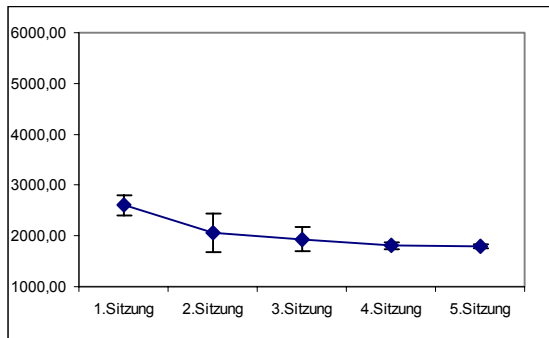
**Abb. 6.1.1.** Mittlere Zeitverteilung (in ms) der Teilbarkeitsregeln für alle Vpn. Getrennt nach Aufgabenmenge dargestellt.



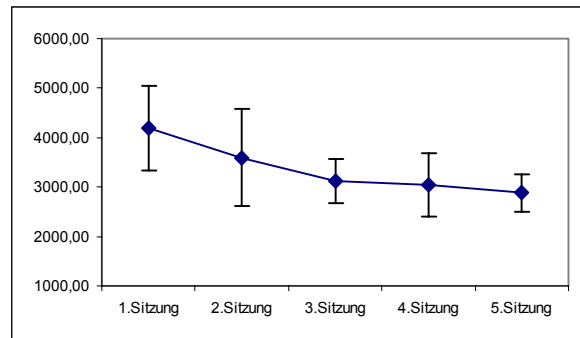
**Abb. 6.1.2.** Mittlere Verteilung Teilbarkeit 6 mit Standardabweichungen 200 Aufgaben



**Abb. 6.1.3.** Mittlere Verteilung Teilbarkeit 4/9 mit Standardabweichungen 200 Aufgaben

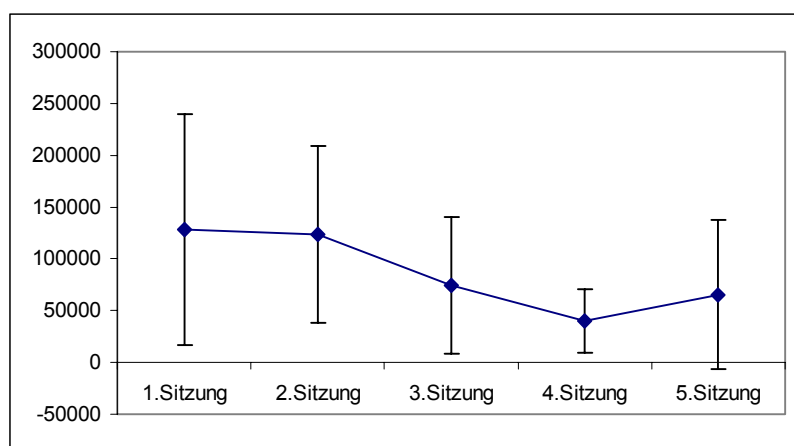


**Abb. 6.1.4.** Mittlere Verteilung Teilbarkeit durch 6 mit Standardabweichungen 120 Aufgaben



**Abb. 6.1.5.** Mittlere Verteilung Teilbarkeit 4/9 mit Standardabweichungen 120 Aufgaben

Die Einzeldarstellungen der Verteilungen zeigen klare Unterschiede zwischen erster und letzter Sitzung und der Verlauf zeigt eine Tendenz zur Asymptote für alle Teilbarkeitsbedingungen.



**Abb. 6.1.2.** Mittlere Zeitverteilung aller Vpn für die komplexen mathematischen Anforderungen mit Standardabweichungen

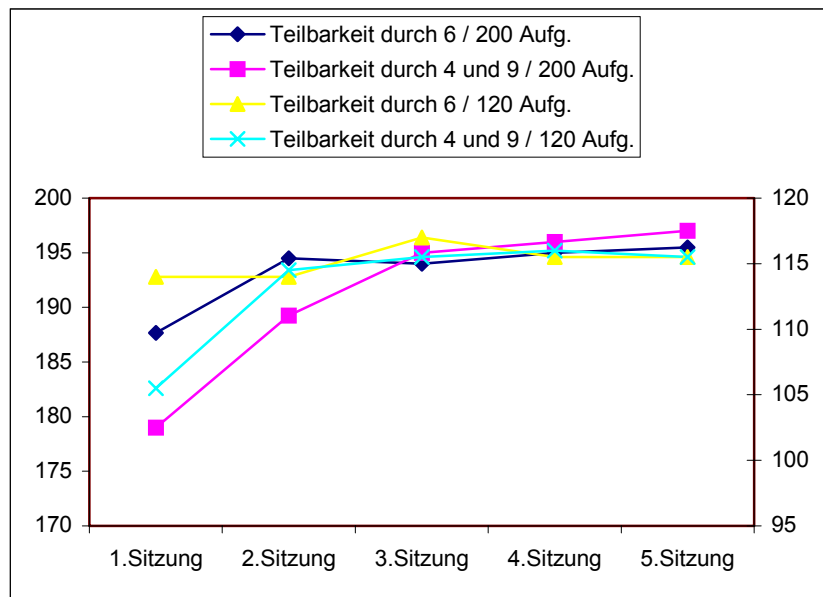
Der Verlauf der Zeit für die komplexen mathematischen Anforderungen weist einen weniger klaren Abfall auf, der außerdem durch die starke Streuung an Bedeutsamkeit einbüßt.

## 2. Richtige Lösungen

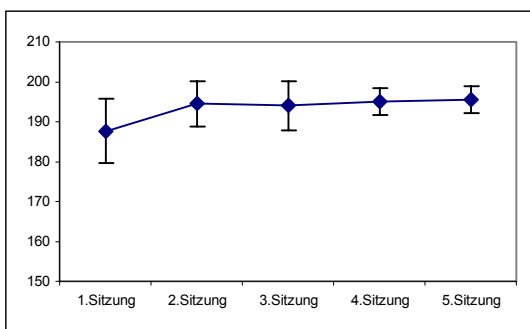
	1.Sitzung	2.Sitzung	3.Sitzung	4.Sitzung	5.Sitzung	Signifikanz
Teilbarkeit durch 6 / 200 Aufg.						
Mittel	187.67	194.50	194.00	195.00	195.50	0.01
Standardabweichungen	8.08	5.69	6.06	3.37	3.42	
Teilbarkeit durch 4 und 9 / 200 Aufg.						
Mittel	179.00	189.25	195.00	196.00	197.00	0.00
Standardabweichungen	101.27	107.53	108.80	110.93	111.34	
Teilbarkeit durch 6 / 120 Aufg.						
Mittel	114.00	114.00	117.00	115.50	115.50	0.23
Standardabweichungen	2.83	4.24	2.83	6.36	4.95	
Teilbarkeit durch 4 und 9 / 120 Aufg.						
Mittel	105.50	114.50	115.50	116.00	115.50	0.01
Standardabweichungen	9.19	6.36	6.36	0.00	6.36	

**Tabelle 6.1.2.** Die mittlere Verteilung der richtigen Lösungen bei 200 bzw. 120 Aufgaben der Teilbarkeitsanforderung

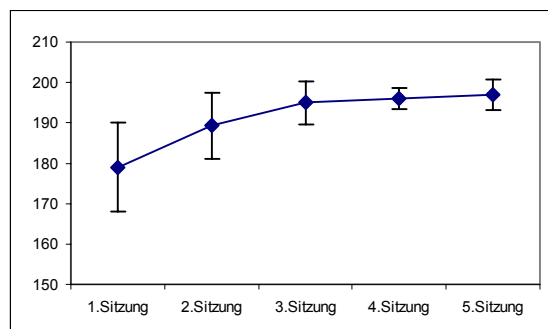
Der Anstieg entspricht bei allen Varianten – außer der Teilbarkeit durch sechs bei 120 Aufgaben, bei der gut sichtbar keine Veränderung stattfindet – signifikant einer Inversen.



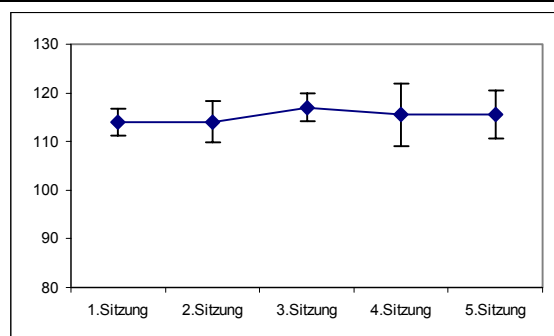
**Abb. 6.2.1.** Verteilung der richtigen Lösungen für die Teilbarkeitsanforderungen getrennt für Aufgabenmenge dargestellt



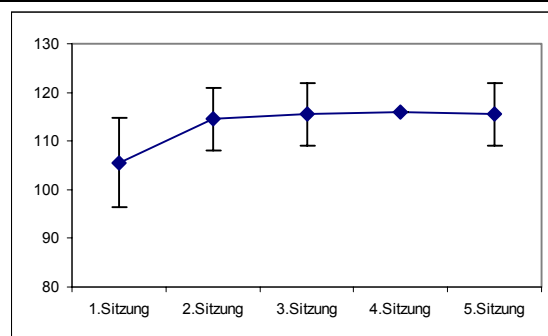
**Abb. 6.2.2.** Verteilung der Richtigen, Teilbarkeit 6 mit Standardabweichungen, 200 Aufgaben



**Abb. 6.2.3.** Verteilung der Richtigen, Teilbarkeit 4/9 mit Standardabweichungen, 200 Aufgaben



**Abb. 6.2.4.** Verteilung der Richtigen, Teilbarkeit 6, mit Standardabweichungen 120 Aufgaben



**Abb. 6.2.5.** Verteilung der Richtigen, Teilbarkeit 4/9, mit Standardabweichungen 120 Aufgaben

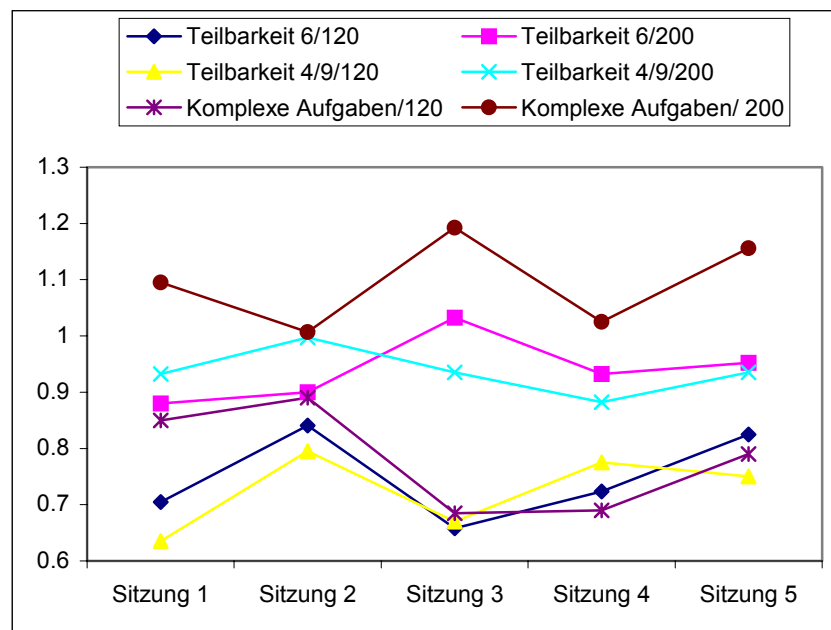
Die Verteilung der richtig gelösten Aufgaben weist einen ebenso klaren Anstieg mit noch stärkerer Tendenz zur Asymptote wie die Zeitverteilungen auf – wobei die Teilbarkeit durch sechs mit einer früheren Anpassung aufwartet.

### 3. Entropieabbau

Die mittlere Verteilung des Entropieabbaus gestaltete sich mit Schwankungen, die keinen signifikanten Anstieg manifestierten. Der Entropieabbau bewegt sich in einem möglichen Schwankungsbereich von 0 bis 2.58.

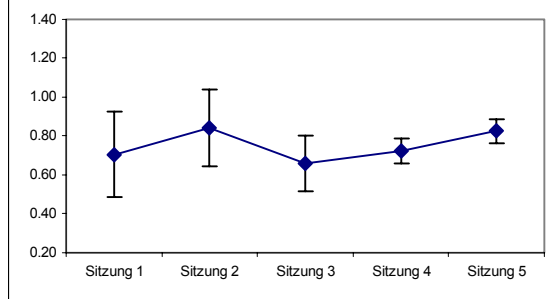
	Sitzung 1	Sitzung 2	Sitzung 3	Sitzung 4	Sitzung 5	Signifikanz
Teilbarkeit 6;120						
Mittel	0.71	0.84	0.66	0.72	0.83	.947
Standardabweichung	0.22	0.20	0.14	0.07	0.06	
Teilbarkeit 6; 200						
Mittel	0.88	0.90	1.03	0.93	0.95	.432
Standardabweichung	0.16	0.12	0.16	0.16	0.15	
Teilbarkeit 4/9; 120						
Mittel	0.64	0.80	0.67	0.78	0.75	.443
Standardabweichung	0.23	0.22	0.10	0.19	0.08	
Teilbarkeit 4/9; 200						
Mittel	0.93	1.00	0.94	0.88	0.94	.539
Standardabweichung	0.20	0.17	0.08	0.11	0.11	
Komplexe Aufgaben; 120						
Mittel	0.85	0.89	0.69	0.69	0.79	.332
Standardabweichung	0.35	0.27	0.01	0.69	0.10	
Komplexe Aufgaben; 200						
Mittel	1.10	1.01	1.19	1.03	1.16	.646
Standardabweichung	0.41	0.14	0.26	0.14	0.28	

**Tabelle 6.3.1.** Mittlere Verteilung des Entropieabbaus für alle Anforderungen mit Standardabweichungen

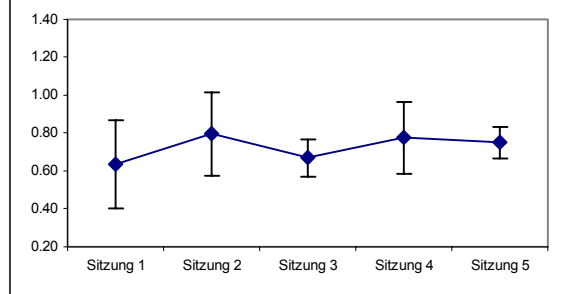


**Abb. 6.3.1.** Mittlere Verteilung des Entropieabbaus für alle Anforderungen getrennt nach 120 bzw. 200 Teilbarkeitsaufgaben

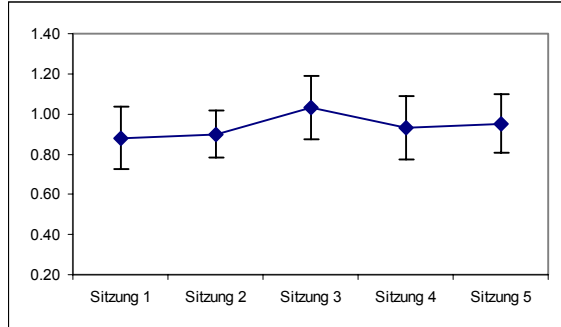
Beachtenswert erscheint der vergleichbar niedrige und dabei relativ ähnliche Verlauf des Entropieabbaus für die Vpn mit 120 Teilbarkeitsanforderungen sowie die relative Dominanz für die komplexen Anforderungen.



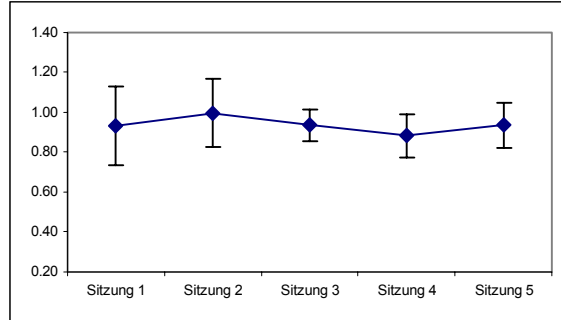
**Abb. 6.3.2.** Mittlere Verteilung des EA für die Vpn mit 120 Aufgaben zur Teilbarkeit 6 mit Standardabweichungen



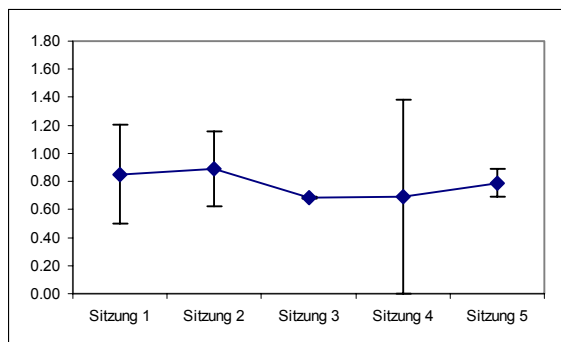
**Abb. 6.3.3.** Mittlere Verteilung des EA für die Vpn mit 200 Aufgaben zur Teilbarkeit 6 mit Standardabweichungen



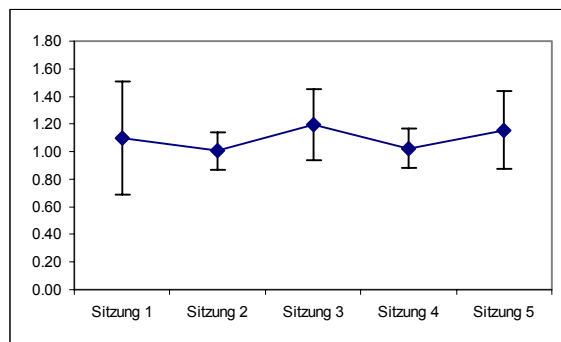
**Abb. 6.3.4.** Mittlere Verteilung des EA für die Vpn mit 120 Aufgaben zur Teilbarkeit 4/9 mit Standardabweichungen



**Abb. 6.3.5.** Mittlere Verteilung des EA für die Vpn mit 200 Aufgaben zur Teilbarkeit 4/9 mit Standardabweichungen



**Abb. 6.3.6.** Mittlere Verteilung des EA für die Komplexen Anforderungen der Vpn mit 120 Teilbarkeitsanforderungen mit Standardabweichungen



**Abb. 6.3.7.** Mittlere Verteilung des EA für die Komplexen Anforderungen der Vpn mit 200 Teilbarkeitsanforderungen mit Standardabweichungen

In jedem Fall sind keine überzufälligen Anstiege des Entropieabbaus für alle der Bedingungen zu finden.

In der Vergleichsdarstellung des Einzelverlaufs des Entropieabbaus der Vpn zeigen sich außerordentlich differente Verläufe, die keine klare gemeinsame Tendenz aufweisen.

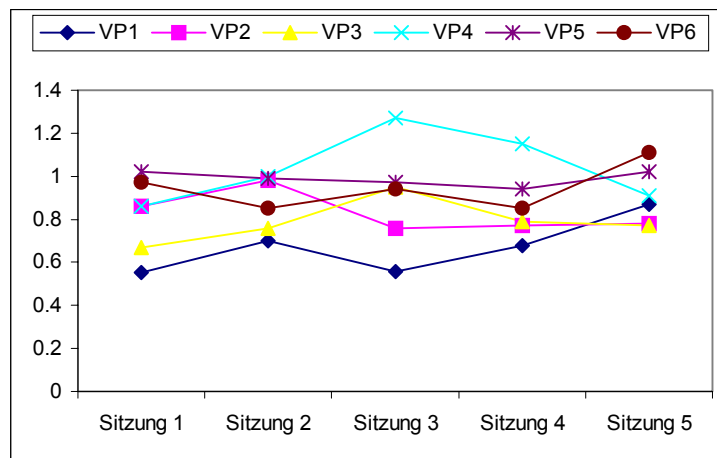


Abb. 6.3.8. Vergleichsdarstellung des Einzelverlaufs der Vpn; Teilbarkeit 6

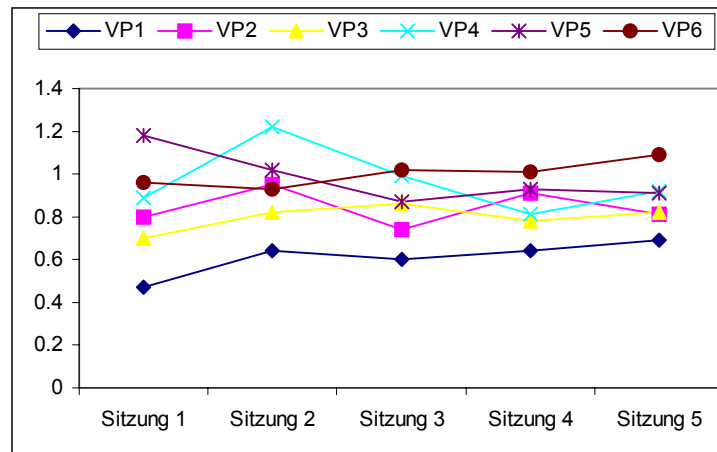


Abb. 6.3.9. Vergleichsdarstellung des Einzelverlaufs der Vpn; Teilbarkeit 4/9

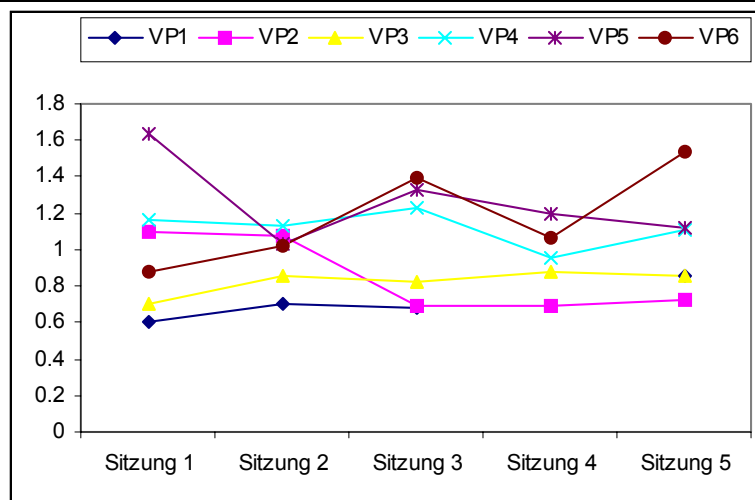


Abb. 6.3.10. Vergleichsdarstellung des Einzelverlaufs der Vpn; komplexe Aufgaben

## 4. Einzeldarstellung der Versuchspersonen

Im Folgenden wird eine Einzeldarstellung der Versuchspersonenergebnisse, eine Beschreibung und Bewertung dieser erfolgt im Diskussionsteil.

(Die Darstellung der Zeiten in Tabellen und Diagrammen erfolgt immer in ms)

Versuchsperson 1:

IQ: 143    Zahlengedächtnisspanne vorwärts: 8    rückwärts: 8

	<b>Zeiten*</b>		<b>Richtige</b>	
	Teilbarkeit	Teilbarkeit 4/9	Teilbarkeit 6	Teilbarkeit 4/9
1.Sitzung	2467,76	3585,21	112	99
2.Sitzung	1795,75	2897,44	111	110
3.Sitzung	1765,67	2806,81	115	111
4.Sitzung	1857,16	2589,16	111	116
5.Sitzung	1767,42	2615,61	112	111

**Tabelle 6.4.1.** Lösungsdauern und richtige Lösungen für die Teilbarkeitsanforderungen bei der ersten VP

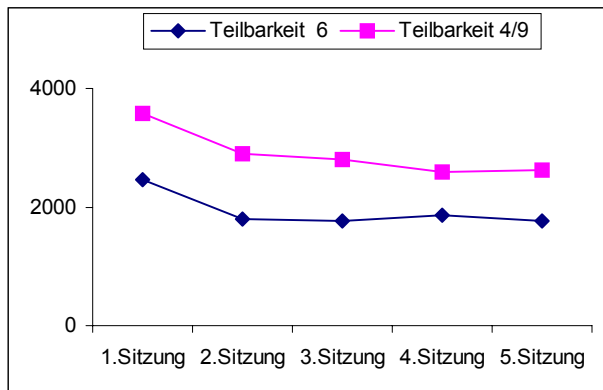
1. Aufgabe	Zweimal	Volumenformel	Falsch
2. Aufgabe	gleich	Zusammengeschoben	Falsch
3. Aufgabe	nein	Verschoben	Richtig
4. Aufgabe	3 hoch 3	k.A.	Falsch
5. Aufgabe	3	Probieren	Richtig
6. Aufgabe	4 cm	Verschoben	Falsch
7. Aufgabe	4ten	Verschoben	Richtig
8. Aufgabe	3ter Teil a	Mißverstanden	Falsch
9. Aufgabe	Gleich	Dreieck in Viereck	Richtig
10. Aufgabe	Wenig mehr als das Doppelte	k.A.	Falsch
11. Aufgabe	Viereck ist kleiner	Verschoben	Falsch
12. Aufgabe	Nicht möglich	Verschoben	Falsch
13. Aufgabe		Bei jedem Ring zwei dazu	Falsch
14. Aufgabe	nein	3 eingesetzt	Richtig
15. Aufgabe	k.A.	k.A.	Falsch
16. Aufgabe	gleich	Unteres 3-eck geteilt oben eingesetzt	Richtig
17. Aufgabe	gleich	X mal y bei beiden und verschoben	Richtig
18. Aufgabe	2x	$\frac{1}{2}ab$	Falsch
19. Aufgabe	Drei viertel	Fläche berechnet	Falsch
20. Aufgabe	8	Verschoben	Richtig
21. Aufgabe	ja	Eingesetzt	Richtig

\* Dargestellt sind die mittleren Zeiten für eine Aufgabe in ms

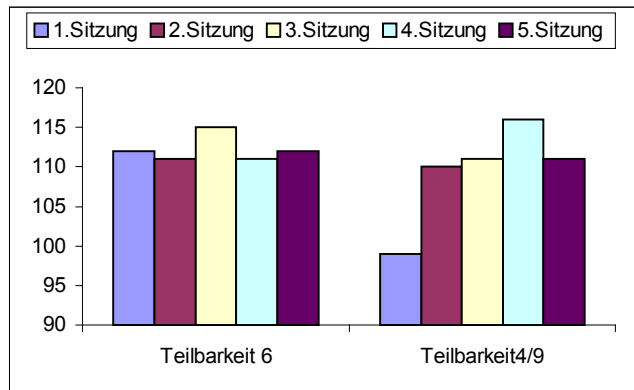


22. Aufgabe	6 Dreiecke/ 4 Quadrate	Dreiecke 6x60°/ Quadrate 4x90°	Richtig
23. Aufgabe	Helle Fläche mehr	Versoben	Richtig
24. Aufgabe		Falsch verstanden	Falsch
25. Aufgabe	26 drittel mal a	Volumen statt Flächeninhalt berechnet	Falsch

**Tabelle 6.4.2.** Lösung, Bemerkungen und Richtigkeit der komplexen Aufgaben für VP 1.



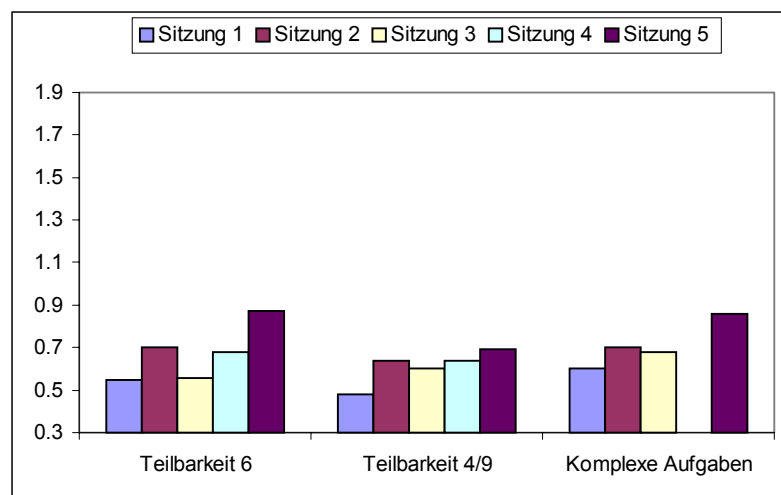
**Abb. 6.4.1.** Zeitverlauf für die Teilbarkeiten bei VP 1



**Abb. 6.4.2.** Anzahl der Richtigen für die Teilbarkeiten für VP 1

	Sitzung 1	Sitzung 2	Sitzung 3	Sitzung 4	Sitzung 5
Teilbarkeit 6	0,55	0,7	0,56	0,68	0,87
Teilbarkeit 4/9	0,47	0,64	0,6	0,64	0,69
Komplexe Aufgaben	0,6	0,7	0,68	missing	0,86

**Tabelle 6.4.3.** Entropieabbau für alle Sitzungen VP 1



**Abb. 6.3.4.** Entropieabbau für alle Aufgaben bei VP 1

Die vierte Aufgabe konnte nicht ausgewertet werden, da vom Programm der Marker nicht gesetzt wurde.

## 2. Versuchsperson:

IQ: 122 Zahlengedächtnisspanne vorwärts: 7 rückwärts: 6

	<b>Zeiten</b>		<b>Richtige</b>	
<b>ZEITEN</b>	Teilbarkeit 6	Teilbarkeit 4/9	Teilbarkeit 6	Teilbarkeit 4/9
1.Sitzung	2744,58	4795,09	116	112
2.Sitzung	2329,40	4288,51	117	119
3.Sitzung	2098,72	3438,03	119	120
4.Sitzung	1755,99	3493,68	120	116
5.Sitzung	1829,73	3146,89	119	120

**Tabelle 6.4.4.** Lösungsdauern und richtige Lösungen für die Teilbarkeitsanforderungen bei der zweiten VP

1. Aufgabe	8x	k.A.	Falsch
2. Aufgabe	Weiß mehr	Zusammengeschoben	Richtig
3. Aufgabe	nein	Weil für Vollwinkel vier Quadrate nötig	Richtig
4. Aufgabe	6	Kombinatorik	Richtig
5. Aufgabe	k.A.	k.A.	Falsch
6. Aufgabe	Wurzel aus Zehn	Pythagoras	Falsch
7. Aufgabe	$\frac{1}{4}$	bildhaft	Richtig
8. Aufgabe	gleich	umgeklappt	Richtig
9. Aufgabe	Gleich	bildhaft	Richtig
10. Aufgabe	$\frac{1}{2}$ Wurzel 7,5	Flächeninhalt verdoppeln; Seiten um die Hälfte aufdehnen; Pythagoras	Falsch
11. Aufgabe	Gleich	verschoben	Richtig
12. Aufgabe	ja	bildhaft	Richtig
13. Aufgabe	22	Bildhaft und gezählt	Falsch
14. Aufgabe	nein	Schneidet bei -3 weil monoton fallend	Richtig
15. Aufgabe	verdoppelt	Pyramiden- und Würfelvolumenformel	Richtig
16. Aufgabe	Gleich groß	Unteres 3-eck geteilt oben eingesetzt	Richtig
17. Aufgabe	gleich	verschoben	Richtig
18. Aufgabe	2x	Wenn sich Seiten verdoppeln - so auch Flächeninhalt	Falsch
19. Aufgabe	gleich	geklappt	Richtig
20. Aufgabe	8	Winkel in Quadrate mit Kantenlänge $l = 24 : 3$	Richtig
21. Aufgabe	ja	eingesetzt	Richtig
22. Aufgabe	3 Dreiecke/ 2 Quadrate	Ähnlich wie bei letztem Mal	Richtig
23. Aufgabe	Helle Fläche mehr	Verschieben	Richtig
24. Aufgabe	24	Quadrate: $3! = 6 \times 2$ Dreiecke $= 12 \times 2$ Kreise $= 24$	Falsch
25. Aufgabe	gleich	geklappt	Richtig

**Tabelle 6.4.5.** Lösung, Bemerkungen und Richtigkeit der komplexen Aufgaben für Vp 2.

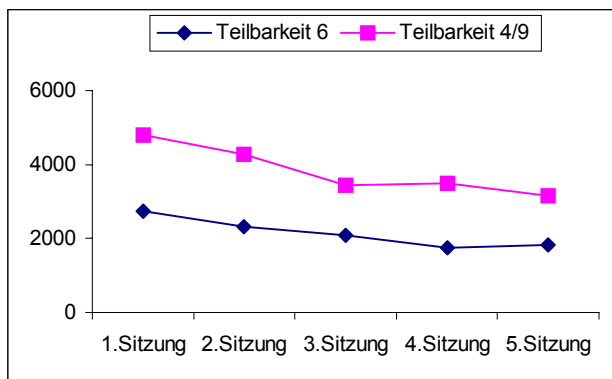


Abb. 6.4.4. Zeitverlauf für die Teilbarkeiten bei VP 2

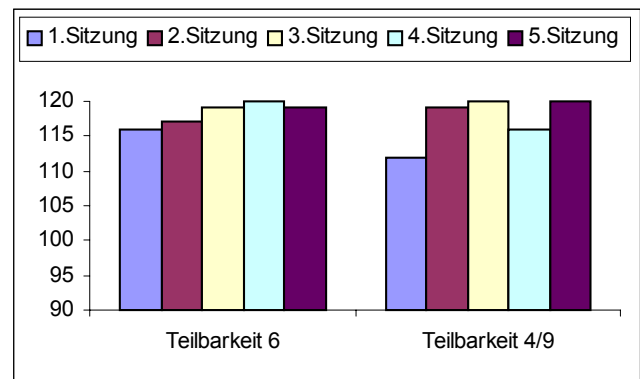


Abb. 6.4.5. Anzahl der Richtigen für die Teilbarkeiten für VP 2

	1.Sitzung	2.Sitzung	3.Sitzung	4.Sitzung	5.Sitzung
Teilbarkeit 6	0.86	0.98	0.76	0.77	0.78
Teilbarkeit 4/9	0.8	0.95	0.74	0.91	0.81
Komplexe Aufgaben	1.1	1.08	0.69	0.69	0.72

Tabelle 6.4.6. Entropieabbau für alle Sitzungen VP 2

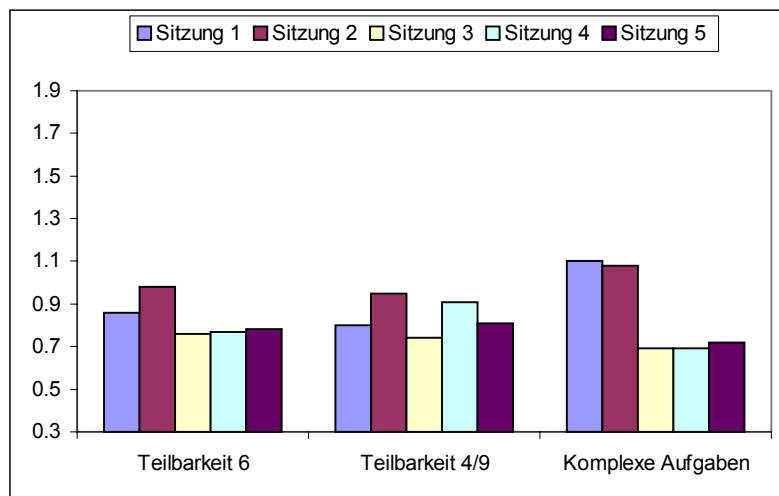


Abb. 6.4.6. Entropieabbau für alle Aufgaben bei VP 2

### 3. Versuchsperson

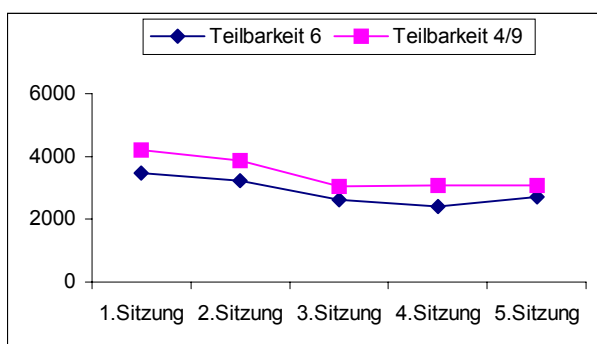
IQ: 141 Zahlengedächtnisspanne vorwärts: 7 rückwärts: 7

	Zeiten		Richtige	
	Teilbarkeit 6	Teilbarkeit 4/9	Teilbarkeit 6	Teilbarkeit 4/9
1.Sitzung	3479,03	4193,02	189	181
2.Sitzung	3243,21	3866,91	197	192
3.Sitzung	2606,18	3049,18	198	197
4.Sitzung	2418,26	3091,30	197	197
5.Sitzung	2716,56	3082,83	199	200

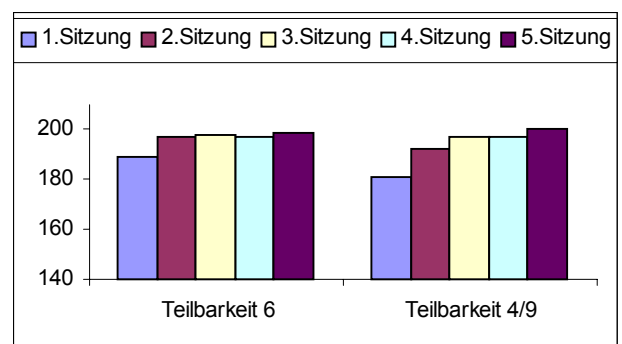
Tabelle 6.4.7. Lösungsdauern und richtige Lösungen für die Teilbarkeitsanforderungen bei der dritten VP

1. Aufgabe	8x	k.A.	Falsch
2. Aufgabe	Schwarz mehr	Berechnet und ausgezählt	Falsch
3. Aufgabe	nein	Nur 300°	Richtig
4. Aufgabe	6	Bildhaft - Formel nicht mehr präsent	Richtig
5. Aufgabe	3	Formelanwendung	Richtig
6. Aufgabe	5cm	Pythagoras	Richtig
7. Aufgabe	$\frac{1}{4}$	bildhaft	Richtig
8. Aufgabe	gleich	umgeklappt	Richtig
9. Aufgabe	Gleich	Bildhaft, dann Formel überlegt	Richtig
10. Aufgabe	k.A.	Versucht Flächeninhalt zu errechnen	Falsch
11. Aufgabe	Gleich	verschoben	Richtig
12. Aufgabe	nein	bildhaft	Falsch
13. Aufgabe	16	vergrößert sich immer um 8; gezählt und vorgestellt	Falsch
14. Aufgabe	nein	Schneidet bei -3	Richtig
15. Aufgabe	$a^3$	Pyramiden- und Würfelvolumenformel	Richtig
16. Aufgabe	Gleich groß	Unteres 3-eck geteilt oben eingesetzt	Richtig
17. Aufgabe	gleich	Verschieben und Formel	Richtig
18. Aufgabe	4x	Erst Formel versucht dann verschoben	Richtig
19. Aufgabe	gleich	geklappt	Richtig
20. Aufgabe	8	2 kleine Winkel zusammen in das Rechteck gelegt	Richtig
21. Aufgabe	ja	Klammer aufgelöst, Parabel vorgestellt	Richtig
22. Aufgabe	u.a. 3Dreiecke/2Quadrate	Ähnlich wie bei letztem Mal	Richtig
23. Aufgabe	Helle Fläche mehr	Verschieben	Richtig
24. Aufgabe	12	probiert	Falsch
25. Aufgabe	gleich	geklappt	Richtig

**Tabelle 6.4.8.** Lösung, Bemerkungen und Richtigkeit der komplexen Aufgaben für Vp 3.



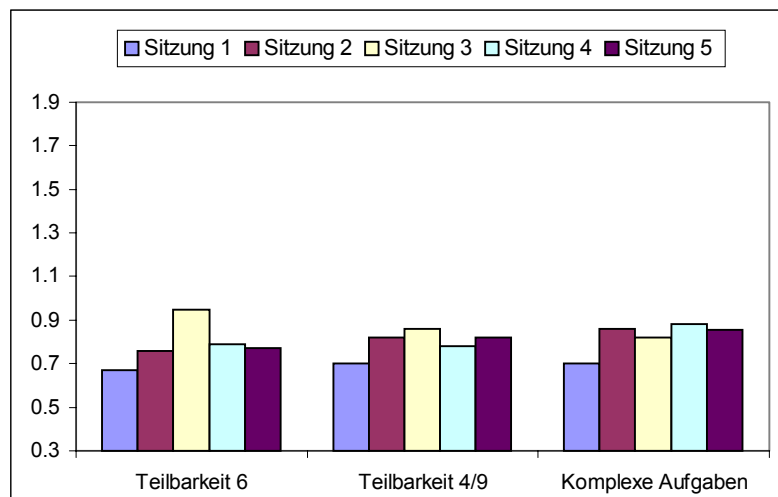
**Abb. 6.4.7.** Zeitverlauf für die Teilbarkeiten bei VP 3



**Abb. 6.4.8.** Anzahl der Richtigen für die Teilbarkeiten für VP 3

	1.Sitzung	2.Sitzung	3.Sitzung	4.Sitzung	5.Sitzung
Teilbarkeit 6	0,67	0,76	0,95	0,79	0,77
Teilbarkeit 4/9	0,7	0,82	0,86	0,78	0,82
Komplexe Aufgaben	0,7	0,86	0,82	0,88	0,86

**Tabelle 6.4.9.** Entropieabbau für alle Sitzungen VP 3



**Abb. 6.4.9.** Entropieabbau für alle Aufgaben bei VP 3

#### 4. Versuchsperson

IQ: 135 Zahlengedächtnisspanne vorwärts: 5 rückwärts: 5

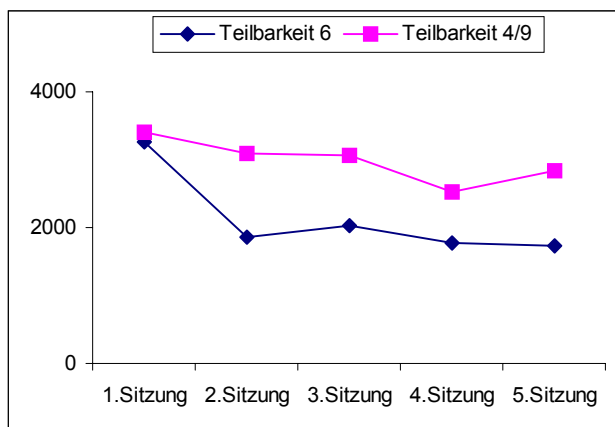
	Zeiten		Richtige	
	Teilbarkeit 6	Teilbarkeit 4/9	Teilbarkeit 6	Teilbarkeit 4/9
1.Sitzung	3261,16	3408,54	179	163
2.Sitzung	1855,90	3087,58	186	177
3.Sitzung	2034,67	3058,68	185	187
4.Sitzung	1777,92	2528,29	190	192
5.Sitzung	1727,18	2835,63	191	192

**Tabelle 6.4.10.** Lösungsdauern und richtige Lösungen für die Teilbarkeitsanforderungen bei der vierten VP

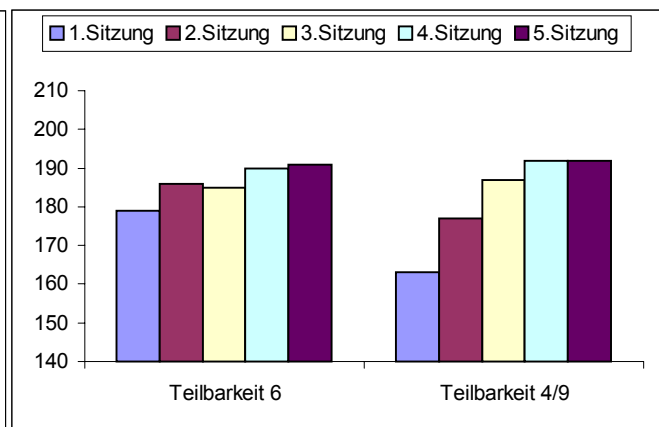
1. Aufgabe	Viermal	bildhaft	Richtig
2. Aufgabe	Helle	Versoben	Richtig
3. Aufgabe	nein	Versoben	Richtig
4. Aufgabe	6	3 Fakultät	Richtig
5. Aufgabe	Entweder 6 oder gar nicht	berechnet	Falsch
6. Aufgabe	5 cm	Versoben dann Pythagoras berechnet	Richtig
7. Aufgabe	$\frac{1}{4}$	In kleine Würfel eingeteilt $12:3 = 4$	Richtig

8. Aufgabe	k.A.	mißverstanden	Falsch
9. Aufgabe	Gleich	Erst Rechnen dann verschoben	Richtig
10. Aufgabe	10cm	Drei Vierecke angefügt	Falsch
11. Aufgabe	Gleich	verschoben	Richtig
12. Aufgabe	Nicht verstanden	k.A.	Falsch
13. Aufgabe	28x2	abgezählt	Falsch
14. Aufgabe	ja	vorgestellt	Falsch
15. Aufgabe	Außenkörper doppelt	Pyramide 1/3- Würfel Grundfläche mal Höhe	Richtig
16. Aufgabe	gleich	Unteres 3-eck oben eingesetzt	Richtig
17. Aufgabe	gleich	verschoben	Richtig
18. Aufgabe	4x	Verschieben (Wie das Logo von Zelda)	Richtig
19. Aufgabe	gleich	k.A.	Richtig
20. Aufgabe	8	verschoben	Richtig
21. Aufgabe	ja	Formelnutzung	Richtig
22. Aufgabe	3 3-ecke+4 Quadrate	bildhaft	Falsch
23. Aufgabe	Helle Fläche mehr	verschoben	Richtig
24. Aufgabe	Bei 50 aufgehört	Probiert - unlösbar	Falsch
25. Aufgabe	Gleich	Gestülpt	Richtig

**Tabelle 6.4.11.** Lösung, Bemerkungen und Richtigkeit der komplexen Aufgaben für Vp 4.



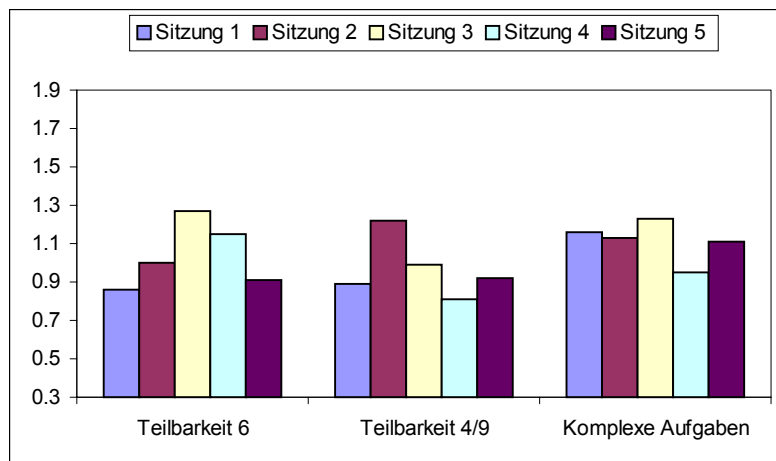
**Abb. 6.4.10.** Zeitverlauf für die Teilbarkeiten bei VP 4



**Abb. 6.4.11.** Anzahl der Richtigen für die Teilbarkeiten für VP 4

	1.Sitzung	2.Sitzung	3.Sitzung	4.Sitzung	5.Sitzung
Teilbarkeit 6	0,86	1	1,27	1,15	0,91
Teilbarkeit 4/9	0,89	1,22	0,99	0,81	0,92
Komplexe Aufgaben	1,16	1,13	1,23	0,95	1,11

**Tabelle 6.4.12.** Entropieabbau für alle Sitzungen VP 4.



**Abb. 6.4.12.** Entropieabbau für alle Aufgaben bei VP 4

5. Versuchsperson:

IQ: 129 Zahlengedächtnisspanne vorwärts: 6 rückwärts: 7

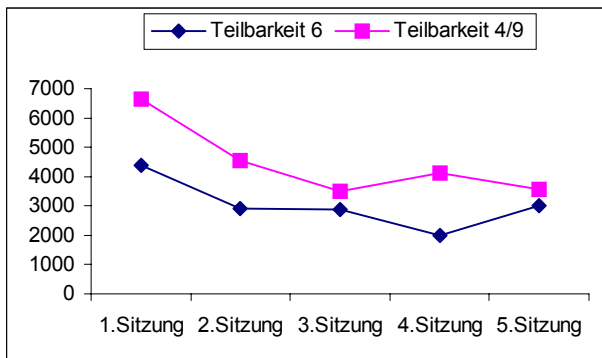
	Zeiten		Richtige	
ZEITEN	Teilbarkeit 6	Teilbarkeit 4/9	Teilbarkeit 6	Teilbarkeit 4/9
1. Sitzung	4395,30	6647,59	195	188
2. Sitzung	2903,03	4562,87	198	194
3. Sitzung	2885,01	3496,47	196	198
4. Sitzung	2000,48	4111,30	197	197
5. Sitzung	3018,03	3580,99	195	196

**Tabelle 6.4.13.** Lösungsdauern und richtige Lösungen für die Teilbarkeitsanforderungen bei der fünften VP

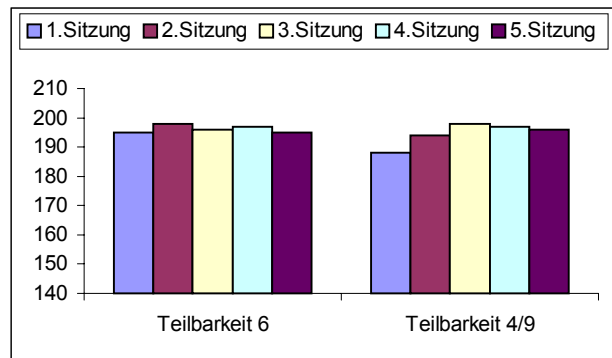
1. Aufgabe	8x	Falsch verstanden	Falsch
2. Aufgabe	Weiß mehr	Berechnet und ausgezählt	Richtig
3. Aufgabe	ja	„Was ist ein Vollwinkel?“	Falsch
4. Aufgabe	18	Durchgezählt und verschoben	Richtig
5. Aufgabe	3	Formelanwendung	Richtig
6. Aufgabe	5cm	Pythagoras	Richtig
7. Aufgabe	12 Längeneinheiten	Umfang berechnet	Falsch
8. Aufgabe	gleich	Formel probiert; umgeklappt	Richtig
9. Aufgabe	Gleich	Bildhaft, dann Formel überlegt	Richtig
10. Aufgabe	5cm	Dreiecke nach außen geklappt	Richtig
11. Aufgabe	Gleich	verschoben	Richtig
12. Aufgabe	k.A.	Nicht verstanden	Falsch
13. Aufgabe	16	Falsch verstanden	Falsch

14. Aufgabe	nein	Formel berechnet mit Ergebnis: 25/8 abgebrochen	Richtig
15. Aufgabe	doppelt	Bildhaft - Pyramiden geklappt	Richtig
16. Aufgabe	Gleich groß	Unteres 3-eck geteilt oben eingesetzt	Richtig
17. Aufgabe	gleich	Versoben	Richtig
18. Aufgabe	4x	Versoben	Richtig
19. Aufgabe	gleich	Geklappt	Richtig
20. Aufgabe	8	2 kleine Winkel zusammen durch Flächeninhalt des großen geteilt	Richtig
21. Aufgabe	ja	Mit Lösungsformel überschlagen: p=nicht vorhanden und q ist eins	Richtig
22. Aufgabe	4 Quadrate/6Dreiecke	Ähnlich wie bei letztem Mal	Richtig
23. Aufgabe	Helle Fläche mehr	Versoben	Richtig
24. Aufgabe	4960	Aufgehört zu rechnen*	Falsch
25. Aufgabe	gleich	Erinnert	Richtig

**Tabelle 6.4.14.** Lösung, Bemerkungen und Richtigkeit der komplexen Aufgaben für Vp 5.



**Abb. 6.4.13.** Zeitverlauf für die Teilbarkeiten bei VP 5



**Abb. 6.4.14.** Anzahl der Richtigen für die Teilbarkeiten für VP 5

	1.Sitzung	2.Sitzung	3.Sitzung	4.Sitzung	5.Sitzung
Teilbarkeit 6	1,02	0,99	0,97	0,94	1,02
Teilbarkeit 4/9	1,18	1,02	0,87	0,93	0,91
Komplexe Aufgaben	1,64	1,03	1,33	1,2	missing

**Tabelle 6.4.15.** Entropieabbau für alle Sitzungen VP 5

\* „...bei 4960 hab ich aufgehört zu rechnen - erst Vierecke - 6 Möglichkeiten - mal 4 Möglichkeiten sind 24 - 5x 24 wenns 5e sind - 6x120 wenn's 6e sind - 7x720 wenns 7e sind“



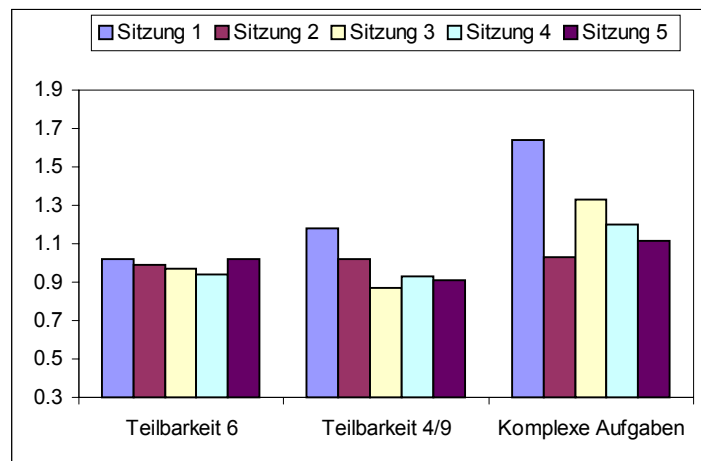


Abb. 6.4.15. Entropieabbau für alle Aufgaben bei VP 5

## 6. Versuchsperson

IQ: 136 Zahlengedächtnisspanne vorwärts: 8 rückwärts: 8

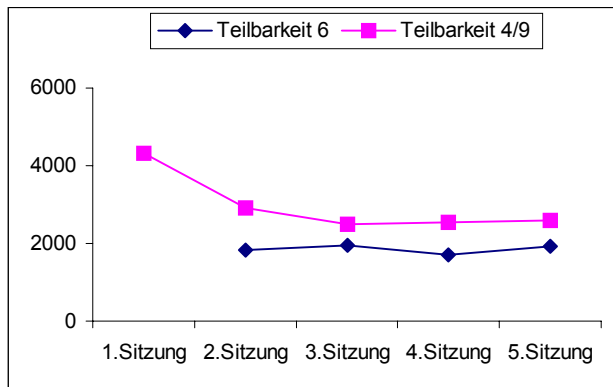
	Zeiten		Richtige	
	Teilbarkeit 6	Teilbarkeit 4/9	Teilbarkeit 6	Teilbarkeit 4/9
1.Sitzung	missing	4328,02	missing	184
2.Sitzung	1822,58	2922,17	197	194
3.Sitzung	1959,23	2489,84	197	198
4.Sitzung	1705,59	2547,02	196	198
5.Sitzung	1923,85	2588,84	197	200

Tabelle 6.4.16. Lösungsdauern und richtige Lösungen für die Teilbarkeitsanforderungen bei der sechsten VP

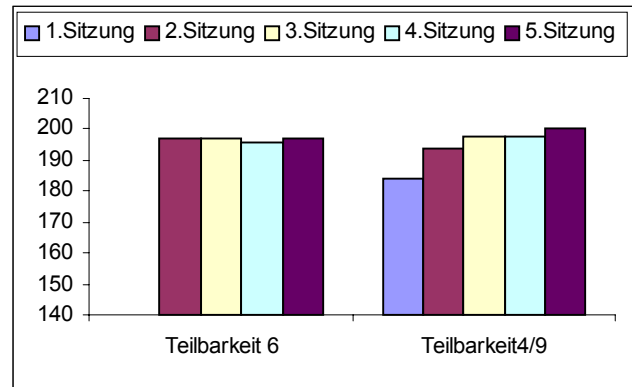
1. Aufgabe	8x	Volumenformel	Falsch
2. Aufgabe	Weiß 1 Feld mehr	Zusammengeschoben	Richtig
3. Aufgabe	ja	Weil Kanten der 3ecke genauso breit	Falsch
4. Aufgabe	6	verschoben	Richtig
5. Aufgabe	2	Nullstellenformel	Falsch
6. Aufgabe	k.A.	k.A.	Falsch
7. Aufgabe	¼	verschoben	Richtig
8. Aufgabe	gleich	umgeklappt	Richtig
9. Aufgabe	Gleich	Keine Rechnung	Richtig
10. Aufgabe	k.A.	k.A.	Falsch
11. Aufgabe	Gleich	verschoben	Richtig
12. Aufgabe	Nicht möglich	bildhaft	Falsch
13. Aufgabe	12	Nur die Ecken kommen dazu	Falsch
14. Aufgabe	nein	3 eingesetzt	Richtig

15. Aufgabe	2/3 größer	Nur vier einsetzen können	Falsch
16. Aufgabe	Gleich groß	Unteres 3-eck geteilt oben eingesetzt	Richtig
17. Aufgabe	gleich	verschoben	Richtig
18. Aufgabe	4x	verschoben	Richtig
19. Aufgabe	gleich	geklappt	Richtig
20. Aufgabe	8	Flächeninhalt berechnet	Richtig
21. Aufgabe	ja	eingesetzt	Richtig
22. Aufgabe	3 Dreiecke/ 2 Quadrate	Ähnlich wie bei letztem Mal	Richtig
23. Aufgabe	Helle Fläche mehr	Verschieben und gezählt	Richtig
24. Aufgabe	8	1/3x1/2x1/2	Falsch
25. Aufgabe	gleich	geklappt	Richtig

**Tabelle 6.4.17.** Lösung, Bemerkungen und Richtigkeit der komplexen Aufgaben für Vp 6.



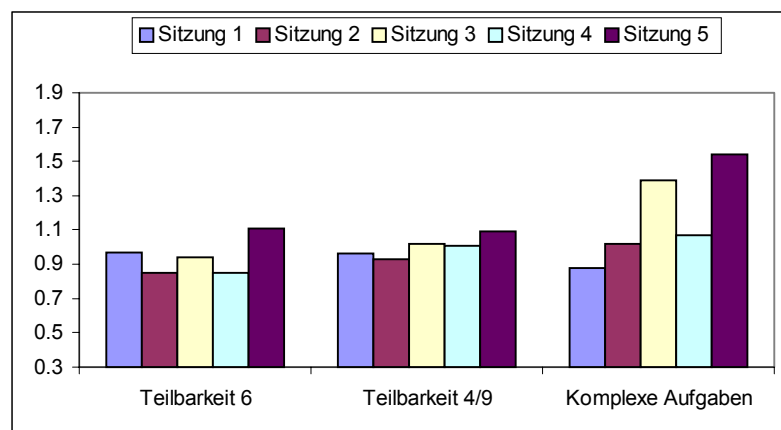
**Abb. 6.4.16.** Zeitverlauf für die Teilbarkeiten bei VP 6



**Abb. 6.4.17.** Anzahl der Richtigen für die Teilbarkeiten für VP 6

	1.Sitzung	2.Sitzung	3.Sitzung	4.Sitzung	5.Sitzung
Teilbarkeit 6	0,97	0,85	0,94	0,85	1,11
Teilbarkeit 4/9	0,96	0,93	1,02	1,01	1,09
Komplexe Aufgaben	0,88	1,02	1,39	1,07	1,54

**Tabelle 6.4.18.** Entropieabbau für alle Sitzungen VP 6



**Abb. 6.4.18.** Entropieabbau für alle Aufgaben bei VP 6

# VII. Diskussion

## 1. Generelle Befunde

Die hypothetisch erwartete Form des linearen Anstiegs des mittleren Entropieabbaus über die Trainingssitzungen für die komplexen Anforderungen konnte nicht bestätigt werden.

Gleichzeitig fand sich, wie erwartet, keinerlei Anstieg für beide Teilbarkeitsregelanforderungen.

Die Verhaltensdaten der Teilbarkeitsanforderungen indizieren eine Verbesserung in der Performanz, die sich jedoch im Anstieg des Ordnungsmaßes nicht niederschlagen scheint.

In den Einzeldarstellungen der Vpn sind teilweise lineare Anstiege zu finden, diese beschränken sich jedoch nicht auf die komplexen Anforderungen sondern emergieren auch bei den Teilbarkeiten.

Weiterhin besitzt der Entropieabbau eine gewisse Individuenspezifität. Was heißt, daß Vpn, die bei der Teilbarkeit durch 6 einen im Vergleich zu den anderen Vpn auf höherem Niveau verlaufenden Entropieabbau aufweisen, diesen auch für die Teilbarkeit durch 4/9 und die komplexen Anforderungen zeigen. Möglicherweise sitzungsabhängig, über die Anforderungen hinweg, erscheint – in den Einzeldarstellungen sichtbar – ein gleichartig erhöhter EA.

Interessant und interpretationswürdig ist der Befund der allgemeinen Höhe des Verlaufs des EA für die unterschiedlichen Anforderungen. Hier findet sich bei den Vpn mit 200 Teilbarkeitsanforderungen eine Subordination der Teilbarkeit durch Sechs, ein mittlerer Verlauf der Teilbarkeit durch Vier/Neun und ein auf maximaler Höhe verlaufender Entropieabbau bei den komplexen Anforderungen.

## 2. Diskussion der zusammengefaßten Ergebnisse

Für die Verteilung der Zeit findet sich in allen Teilbarkeitsfällen ein signifikanter nichtlinear-inverser Verlauf, der auf einen, Grenzen erreichenden, Trainingseffekt deutet. Der Verlauf der Teilbarkeit durch sechs hat dabei schon nach der ersten Sitzung ein Minimum erreicht, was gemeinsam mit dem Verlauf der Fehler eine Einzelstrategieanwendung indizieren könnte.

Diese Überlegung kann aufgrund der Verbalisationen der Vpn jedoch nur teilweise bestätigt werden. Diese gaben die Verwendung von, über die vorgegebenen Teilbarkeitsregeln hinausgehenden Strategien, wie das sofortige Ausmustern von offensichtlich auf den ersten Blick teilbaren Einzelziffern, das Zusammenfassen von beiden randständigen oder zwei offensichtlich, eine teilbare Zahl ergebenden Ziffern, bis hin zum Merken ganzer Zahlenkombinationen an – was auch auf den hohen Gedächtnisanteil bei den Anforderungen deutet – und hatten spätestens nach der zweiten Sitzung ihr Repertoire an Strategien fixiert. Es kann also nicht prinzipiell von einer einfachen, rein begrifflichen Strategienutzung ausgegangen werden, sondern einer zunächst relativ differenziert - explorativen Herangehensweise, die sonach in eine gute Verfügbarkeit der entsprechenden, mannigfachen Strategien – auch aufgaben-spezifischen – zu münden scheint.

Der signifikant-nichtlinear-kubische Verlauf der Zeit der komplexen Anforderungen erschwert Interpretationen v.a. durch die hohe Streuung. Diese, bedingt durch den mehr oder weniger gesteigerten Anspruch der komplexen Anforderungen und ihre geringe Zahl, die eine immense individuelle Variabilität im Lösungsprozeß und nur einen schwachen Trainingseffekt im Verhältnis zu den Teilbarkeitsaufgaben zuließen, läßt den negativen Anstieg nicht eindeutig erscheinen.

Es zeichnete sich in den Verbalisationen jedoch ein allgemeiner Trend zur Nutzung der, aufwendige Rechnungen vermeidenden und damit auch Zeit reduzierenden, bildhaft-anschaulichen Strategie ab. Das hatte seine Ursache sicher in der, im Laufe der Trainingssitzungen und v.a. der Nachgespräche festgestellten Erleichterung der Aufgabenlösung durch ebenjene Strategien, deren Anwendung durch die einfache Lösung der bisherigen Aufgaben und der teilweisen Nichtverfügbarkeit der Formeln für geometrische Berechnungen geradezu induziert wurde. Um die Aussage auf die Spitze zu treiben: Bei den Vpn schlich sich eine gewisse Nachlässigkeit ein – man vertraute auf die mindestens vorhandene bildhaft-anschauliche Lösungsmöglichkeit und unterließ die Berechnung ganz – nicht selten mit der Begründung, daß der Versuchsleiter schon dafür gesorgt haben müsse, daß diese Variante möglich sei. Deshalb sind für eine weitergehende Untersuchung Aufgaben zu finden und im Trainingsverlauf entsprechend anzuordnen, die einen unterschiedlichen Schwierigkeitsgrad für die jeweilige Modalitätsstrategie besitzen.

Für die Fehler findet sich eine ebenso zur Asymptote neigende, inverse Verteilung – bis auf die Teilbarkeit durch sechs mit 120 Aufgaben, hier zeigt sich keinerlei signifikanter Anstieg, was wohl durch die relative Leichtigkeit der Aufgabe bedingt sein dürfte.

In beiden Fällen, Zeit und Fehler, ist zu beachten, daß die Zahl der Versuchspersonen v.a. für die 120 Aufgaben außerordentlich gering ist – die Verläufe jedoch eine unübersehbar ähnliche Tendenz aufweisen. Auch in diesen Verläufen zeigt sich wieder die Performanzsteigerung, die möglicherweise einen Niederschlag im Entropieabbau finden sollte.

Davon zu unterscheiden gilt es die Fehlerverteilung der komplexen Anforderungen. Hier findet sich, v.a. der Form der Anlegung der Kriterien wegen, keine so eindeutige Aussage für Falsch oder Richtig – auch wenn dies die Bewertungen in der Einzeldarstellungstabelle suggerieren. Dies dient jedoch nur zur Ermöglichung eines Überblicks, nicht jedoch als Ausschlußkriterium. (siehe auch: 7. Datenauswertung)

Insgesamt lösen die Versuchspersonen, bis auf die erste, weit über die Hälfte der Aufgaben, nach den engsten Kriterien, richtig (Vp1:11, Vp2:18, Vp3:19, Vp4: 17, Vp5:19, Vp6:16). Berücksichtigt man weiterhin, daß die Vpn in den meisten der Fälle – bis auf die mit „k.A.“ gekennzeichneten in der Tabelle – wenigstens einen Lösungsversuch unternahmen, der dann jedoch zum falschen Ergebnis führte, so kann man, wenn man hypothetisch unterstellt, daß der alleinige Versuch der Anwendung der beiden Lösungsstrategien entsprechende Aktivationen in den entsprechenden kortikalen Arealen erzeugt, davon ausgehen, daß sich dies auch entsprechend im Entropieabbau niederschlagen sollte.

Eine versuchsweise Selektion der falsch gelösten Aufgaben bei einer Versuchsperson (Vp 3) erbrachte außerdem keine Veränderung des Verlaufs des Entropieabbaus bei der ersten Nachkommastelle. Dies deutet darauf hin, daß eher ein Grenzausschlußkriterium von Nutzen wäre, bei dem Vpn mit einer bestimmten Menge falsch gelöster Aufgaben ganz aus der Betrachtung auszuschließen wären. In diesem Fall wären Versuchsperson eins und sechs von einem Ausschluß betroffen. Beide waren die Vpn mit dem Anstieg des EA über den Sitzungsverlauf.

Den Kern der Untersuchung bilden die Ergebnisse zur Variation des Anstiegs des Entropieabbaus. Hier finden sich zum Teil der Erwartung widersprechende Befunde.

Daß der EA sich für die Teilbarkeitsregeln über den Sitzungsverlauf nicht verändert, kann als bestätigt gelten. Was der Bedeutung dieses Ergebnisses jedoch erst seine Basis gegeben hätte – der Anstieg des Entropieabbaus für die komplexen Anforderungen – erweist sich als den

Erwartungen widersprechend. Auch hier zeigt sich ein ebenso gleichartiger Verlauf wie für die Teilbarkeitsanforderungen. Keiner der Fälle zeigt einen signifikanten, überzufälligen Anstieg.

Durch die getrennte Darstellung der 120 bzw. 200 Teilbarkeitsaufgaben wird deutlich, wie stark die Höhe des Entropieabbaus von der Versuchsperson beeinflusst ist. So finden sich EA-Höhenunterschiede zwischen den Vpn von bis zu .5 bei den komplexen Anforderungen. Interessant erscheint die relativ zu den Teilbarkeiten hoch verlaufende Kurve der Vpn mit 200 Teilbarkeitsanforderungen bei den komplexen Aufgaben. Interpretationen sind hier jedoch erschwert durch die gleichzeitig relativ gleichartig verlaufenden Kurven der Vpn mit 120 Teilbarkeitsaufgaben.

### **3. Diskussion der Versuchspersoneneinzelergebnisse**

Die erste und die letzte Versuchsperson zeigen als einzige einen – mit Unterbrechungen – stetigen Anstieg des Entropieabbaus im Verlauf der Sitzungen, bis die letzte Sitzung einen höheren Entropieabbau aufweist als die erste Sitzung. In beiden Fällen steigt der Entropieabbau jedoch in allen Anforderungen. Dieser Trend ist nicht auf diese beiden Versuchspersonen beschränkt. Bei allen finden sich (scheinbar sitzungsabhängig) gleichartige Höhe- oder Tiefpunkte. Bei der zweiten und der fünften Versuchsperson zeigt sich in fast allen Anforderungen ein gleichmäßiger Abfall des Entropieabbaus, während für die dritte und vierte Versuchsperson zunächst ein Anstieg und ab Mitte ein Abfall zu verzeichnen ist. Damit erscheinen – gut verteilt – alle möglichen Fälle eines Entropieabbauverlaufs.

Diese Ergebnisse induzieren die Annahme, daß der Entropieabbau eine höhere Situations- und Personenspezifität besitzt als zunächst angenommen.

Interessant erscheint außerdem der Befund, daß v.a. die Vpn (1,6) mit der höchsten Gedächtnisspanne und dem höchsten IQ die Vpn mit der Tendenz zum positiven Anstieg des Entropieabbaus waren. Interpretationen sähen – höchst spekulativ – eine Verbindung zu den Hochbegabtenuntersuchungen von Seidel (2002) in der die mathematisch hochbegabten Versuchspersonen einen höheren absoluten Entropieabbau zeigten als die Normalbegabten. Eine der Grundannahmen von Seidel (2002) und der vorliegenden Untersuchung lautet, daß der IQ kein Indikator für Hochbegabung ist. Eine der Hoch-IQ-Versuchspersonen gehört jedoch auch zu den Vpn mit dem geringsten absoluten EA-Verlauf und beide hatten die höchste Fehlerrate bei den komplexen Anforderungen.

## 4. Abschlußdiskussion

Die Ergebnisse veranlassen zu der Frage, warum die anhand der Verhaltensdaten sichtbare Intervention, keinerlei Niederschlag in einem Anstieg des Entropieabbaus findet.

Der Erklärungen gibt es mannigfache. Zu Beginn seien die möglichen methodischen Schwächen der Untersuchung zu nennen:

### **4.1. Die Zahl der Versuchspersonen entspricht nicht der Zahl, die benötigt wird um reliable und valide Generalaussagen zu treffen.**

Dies lag in diesem Fall jedoch auch nicht vordergründig im Interesse der Untersuchung. Es galt festzustellen, ob man beim Entropieabbau von einer ebenso eindeutigen Sensibilität für Trainingseffekte wie sie Zeit - und Fehlerparameter aufweisen, die auch bei einer geringen Zahl von Versuchspersonen festzustellen wäre, ausgehen könne. Dem muß widersprochen werden. Der Entropieabbau scheint einer unidirektionalen Intervention nicht zugänglich zu sein. Dies erscheint plausibel, bedenkt man die Annahmen, die dem Entropieabbaukonzept zugrundeliegen; vereinfacht: Die Abfolge der Mikrozustände des Denkaktes weisen zum Ende des Trainings einen größeren Determinismus auf als zu Beginn. Jeder Mikrozustand hat die Möglichkeit in fünf andere oder sich selbst überzugehen – bei weitem keine Binäraussage wie bei Zeiten oder Fehlern. Muß doch auch berücksichtigt werden, daß die Versuchspersonen in jeder Sitzung die Möglichkeit hatten, ihr Herangehen zu variieren, oder, durch kognitive Unterforderung, bei den Teilbarkeitsregeln mögliche kognitive Parallelaktivitäten zu vollziehen, die den Entropieabbau wieder hätten senken können. Um die Aussage validieren zu können, daß im Rahmen der Trainingssitzungen keine Erhöhung des Mikrozustandsabfolgedeterminismus zu erwarten ist, wäre die Untersuchung von weit mehr als 6 Versuchspersonen angezeigt. Gleichzeitig könnte man auch davon ausgehen, daß die Versuchspersonen keine stärkere Tendenz zur Ordnungsbildung zeigen, sondern entweder Parallelprozesse aktivieren oder in kürzerer Zeit dieselben Schritte zur Aufgabenlösung vollziehen. Damit könnte es eine sich aus Situations-, Aufgaben- und Personenspezifität zusammensetzende Entropieabbauhöhe geben, wie auch schon die Untersuchungen von Seidel (2002) suggerieren.

Es wäre also, um diese Überlegungen zu überprüfen, die Versuchspersonen- und Aufgabenzahl zu erhöhen und möglichst eine Kontrollgruppe einzusetzen, die in derselben Zeit keine, oder nur leichte, algorithmisch lösbare Aufgaben zu bewältigen hätte.

#### **4.2. Möglicherweise wurde die Trainingsdauer falsch gewählt.**

Dieser Einwand spricht das zweite grundlegende Problem der Untersuchung an. Hierzu sei erwähnt, daß der eigentlichen Untersuchung Tests zur Feststellung der ungefähr benötigten Trainingsdauer zum Erreichen eines sichtbaren Zeitminimums, für die Teilbarkeitsanforderungen vorangingen. Auch die Zeit- und Fehlerwerte der Hauptstudie zeigen ein Erreichen eines zeitlich überdauernden, relativen Minimums. Für die komplexen Anforderungen konnte auf keinerlei Vorwissen zurückgegriffen werden. Der hohe Anspruch, dem die Anforderungen genügen mußten – sowohl bildhaft anschaulich als auch begrifflich lösbar zu sein – erschwerte außerdem die Aufgabenkonstruktion enorm, weshalb nur 25 Aufgaben vorlagen. Somit kann die berechtigte Frage gestellt werden, ob ein verlängerter Zeitrahmen – und damit eine größere Aufgabenmenge – nicht deutlichere Effekte gebracht hätten. Dies bliebe zu überprüfen. Daß die vorliegende Menge an Aufgaben für einen deutlichen Effekt nicht ausreicht, scheint erwiesen.

#### **4.3. Möglicherweise wurden die Versuchspersonen nicht ausreichend explizit über die Nutzung beider (der bildhaft-anschaulichen und der begrifflichen) Strategien bei den komplexen Anforderungen instruiert.**

Nach jeder Sitzung wurde eine Besprechung mit Beschreibung jeder Aufgabenlösung vorgenommen. Gleichzeitig wurde immer darauf hingewiesen, daß beide Strategien anwendbar wären und daß in jedem Fall das richtige vor dem schnellen Ergebnis gälte. Dies förderte natürlich den Versuch, die meist einfachere, bildhafte Variante zu wählen. Eine Alternative dazu wäre, Aufgaben mit ähnlichem Schwierigkeitsgrad für beide Strategien zu konstruieren – auch wenn sich dabei die Frage nach dem Maß dieser Schwierigkeit stellt.

#### **4.4. Möglicherweise wurde die Artefaktbereinigung nicht mit ausreichender Gründlichkeit vorgenommen oder hat künstliche Effekte erzeugt.**

Das Kriterium für den Artefaktausschluß lag bei Amplituden über 80  $\mu\text{V}$ . Periodisch auftretende, sehr kurze Artefakte mit gleichartiger Amplitudenerhöhung weit unter 80  $\mu\text{V}$  wurden jedoch nicht entfernt, um die Akkumulation künstlicher Übergänge zu verhindern. Trials mit allzu großer Artefaktzahl wurden im Ganzen ausgeschlossen.

#### **4.5. Bei der Berechnung der Kohärenz, der Segmentierung und der Clusterung kam es möglicherweise zu Berechnungsfehlern.**



Die Auswertungsverfahren besitzen einen hohen Automatisierungsgrad, welche einen nur geringen Variationsspielraum zuließen. Um mögliche, auch noch in diesem Rahmen aufgetretene Fehler festzustellen, wurde eine Versuchsperson doppelt und weitere stichprobenartig wiederholt berechnet.

#### **4.6. Die Zahl der Cluster könnte nicht ausreichen den komplexen Informationsverarbeitungsprozeß zu beschreiben.**

Die Verwendung der Clusterzahl 6 folgt den Befunden vorangegangener Untersuchungen, bei denen mit Hilfe einer Straffunktion die Zahl der mindestens zu verwendenden Cluster bestimmt wurde. Berechtigt wäre der Einwand, daß diese Straffunktion sich auf die Daten der jeweiligen Untersuchungen stützten – dies wäre in einer weitergehenden Analyse der Daten zu berücksichtigen.

Nicht zuletzt bedarf jedoch die Methode der Entropieabbauerschließung noch des einen oder anderen Überdenkens, so ist noch „nicht streng mathematisch gezeigt, welcher Zusammenhang zwischen der (so) bestimmten Kohärenz und dem Bindungsproblem der Hirnforschung besteht“ wie Krause (2000b; S. 49) bemerkt.

Auch die Festlegung des untersuchten Frequenzbandes und die Bestimmung der Clusterzahlen müssen widerspruchsfreier gefaßt werden.

## VIII. Zusammenfassung und Ausblick

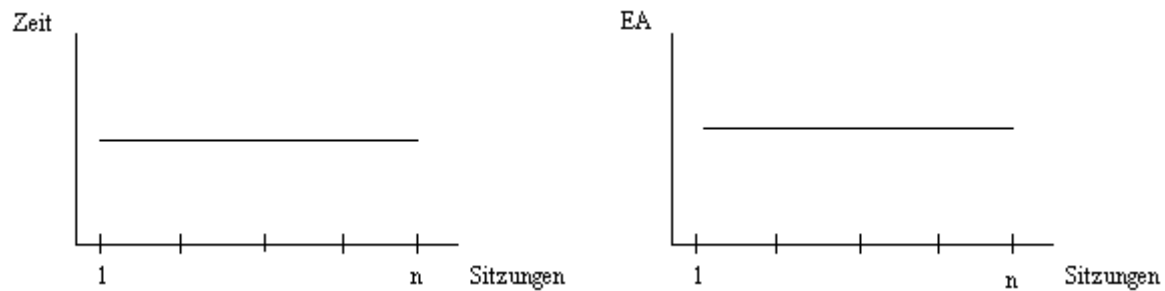
Die hypothetisch erwarteten Anstiege des Entropieabbaus ließen sich für die komplexen Anforderungen nicht nachweisen, was Spekulationen unterschiedlichster Provenienz Raum gibt. Die gleichzeitig anstiegslose Kurve für die Teilbarkeitsanforderungen und die Personenspezifität regen z.B. die Überlegung an, daß der Entropieabbau kein sensibles Maß für allgemeine personenübergreifende Trainingseffekte sei.

Mit den einschlägigen Befunden von Seidel (2002) zur Hochbegabung läßt sich vermuten, daß die Ordnungsbildung ein Produkt der Person-Situations-Interaktion mit beträchtlicher intra- und interindividueller Variabilität ist und sich möglicherweise nicht auf der Basis der Multimodalitätshypothese erklärt.

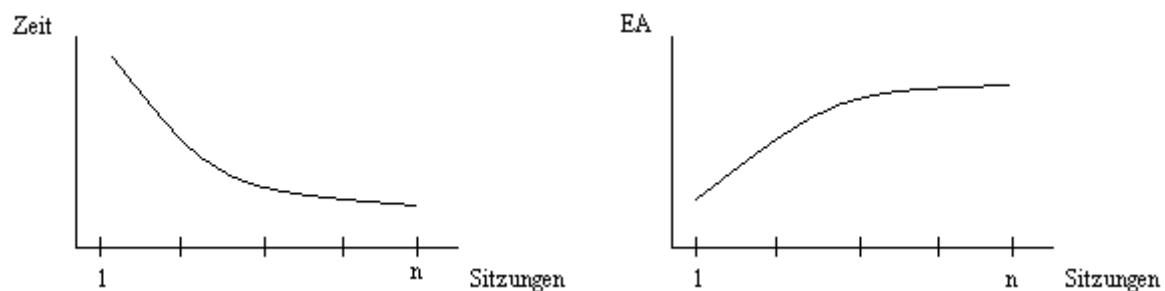
Um dieser Aussage zu widersprechen, wäre es zunächst angezeigt, das Problem der Aufgabenmenge - und damit Trainingsdauer - und Versuchspersonenzahl für die komplexen Anforderungen zu lösen.

Der Entropieabbau könnte eine Funktion sowohl der Aneignung, als auch des Wechsels zwischen den beiden hypothetisch angenommenen Strategien der Aufgabenlösung der komplexen Anforderungen sein. Um diese unterschiedlichen Prozesse zu trennen, wäre ein Versuchsdesign vonnöten, daß eine Differenzbildung erlaubt.

Hierbei sollte der Entropieabbau ins Verhältnis zur Lösungszeit gesetzt werden. Wobei jetzt zusätzlich fragen wäre, wie sich der Entropieabbau bei einer uneingeschränkten und nicht mehr wesentlich optimierbaren Verfügbarkeit der Teilbarkeits- und Modalitätsstrategien (entsprechend dem Übungsgrad bei einfachen Additionsaufgaben!), erfaßt über die Lösungsdauer, verhält (siehe Abb. 8.1.). In der vorliegenden Untersuchung ging es zunächst darum zu klären ob sich der Übungs- bzw. Trainingsgrad in einem Entropieabbauanstieg niederschlägt (siehe Abb. 8.2.). Hierzu bedarf es der Betrachtung des Übungsverlaufes von Anfang an. Um zu klären ob bei optimaler Strategienutzung eine Entropieabbauveränderung stattfindet, muß die Lernkurve jedoch auch bis zum Ende verfolgt werden. Dies heißt also nochmals: um generalisierende Aussagen treffen zu können bedarf es einer größeren Versuchspersonenzahl und für die Teilbarkeit durch 4 und 9 sowie die komplexen Anforderungen einer längeren Übungs- und Trainingsdauer.



**Abb. 8.1.** Möglicher (idealisierter) Entropieabbauverlauf im Verhältnis zur unveränderlichen Lernkurve



**Abb. 8.2.** Möglicher (idealisierter) Entropieabbauverlauf bei fallender Lernkurve

Möglicherweise brächte auch ein Vergleich, *nicht* der Übergangswahrscheinlichkeiten *innerhalb* eines einzelnen Trials, sondern zwischen *aufeinanderfolgenden* Trials mit den gleichen Anforderungen einen Erkenntnisfortschritt. Sollte der Prozeßverlauf von Sitzung zu Sitzung immer ähnlicher werden, muß dies nicht notwendig bedeuten, daß auch die Innertrial-Übergangswahrscheinlichkeiten zunehmen.

Insgesamt liegen zwischen der Problemlösung und einem darüber gemessenen Entropieabbau viele differenzierte und von Diskussionswürdigkeit nicht freie Unterschritte. Deren unzweifelhafte Bestimmung ist die Aufgabe zukünftiger Forschung..

Mit der Überlegung, das Denken als das was es ist – nämlich als Prozeß – mit einem geeigneten Verlaufsmaß abzubilden und damit im Sinne einer neuen Psychophysik (Krause, W. & Sommerfeld, E. 2000) eine neue Brücke zwischen Innen und Außen zu schlagen, ist jedoch ein weiterer Markstein für ein neues Denken gesetzt.

## IX. Literatur

- Abdullaev, Y.G. & Posner, M.I. (1998). *Event-Related Brain Potential Imaging of Semantic Encoding during Processing Single Words*. *Neuroimage* 7, 1–13 .
- Albright, T.D, Kandel, E.R., Posner, M.I. (2000). *Cognitive neuroscience*. *Current Opinion in Neurobiology*, 10, 612–624.
- Anderson, J.R. (1983). *The Architecture of cognition*. Cambridge, M.A.: Havard University Press.
- Birbaumer, N., Schmidt, R.F. (1996). *Biologische Psychologie*. Berlin: Springer.
- Birbaumer, N., Flor, H.(1999). *Applied psychophysiology and learned physiological regulation*. *Applied Psychophysiology & Biofeedback* 24(1) 35-37.
- Birbaumer, N. (1999). *Rain man's revelations*. *Nature* 399, 211-212.
- Baddeley, A.D. (1990). *Human Memory. Theory and Practice*. Boston: Allyn and Bacon
- Bösel, R.M. (2001). *Denken. Ein Lehrbuch*. Göttingen: Hogrefe.
- Cabeza, R., Nyberg, L. (1997). *Imaging cognition: An empirical review of PET studies with normal subjects*. *Journal of Cognitive Neuroscience* 9 (1),1-27.
- Cabeza, R., Nyberg, L. (2000). *Imaging cognition II: An empirical review of 275 PET and fMRI Studies*. *Journal of cognitive neuroscience* 12(1), 1-47.
- Chee, M. W. L., Weekes, B. Lee, K. M., Soon, C.S. Schreiber, A. ,Hoon, J.J. Chee, M. (2000). *Overlap and Dissociation of Semantic Processing of Chinese Characters, English Words, and Pictures: Evidence from fMRI*. *Neuroimage* 12, 392–403.
- Corkin, S. (1984). *Lasting consequences of bilateral medial temporal lobectomy: Clinical course and experimental findings in H.M.* *Seminars in Neurology* 4, 249-259.
- Chochon, F., Cohen, L., Moortele, P.F. van de, Dehaene, S. (1999). *Differential contributions of the left and right inferior parietal lobulus to number processing*. *Journal of cognitive neuroscience* 11:6, 617-630.
- Crick, F. (1994). *The Astonishing Hypothesis. The Scientific Search for the Soul*. Charles Scribners Sons, New York/Maxwell Macmillian International.
- Dehaene,S. & Cohen,L.(1995). *Towards an anatomical and functional model of number processing*. *Mathematical Cognition* 1, 83 –120.
- Dong Soo Lee, Jae Sung Lee, Sang-Kun Lee, Myoung Jin Jang, Seok Ki Kim, Kwang Suk Park, June-Key Chung, Myung Chul Lee (1999). *Differentiation of the neural basis of human working memory and episodic memory using PET*. *NeuroImage*. Fifth International Conference on Functional Mapping of the Human Brain.

- Engelkamp, J. (1990). *Das menschliche Gedächtnis*. Göttingen: Hogrefe.
- Engelkamp, J. & Pechmann, T. (1988). *Kritische Anmerkungen zum Begriff der mentalen Repräsentation*. Sprache & Kognition, 7, 2-11.
- Engelkamp, J. & Pechmann, T. (Hrsg.) (1993). *Mentale Repräsentation*. Bern: Huber.
- Dörner, D. & van der Meer, E. (Hrsg.) (1995). *Das Gedächtnis*. Göttingen: Hogrefe.
- Fortmüller, R. (1991). *Der Einfluß des Lernens auf die Bewältigung von Problemen. Eine Kognitionspsychologische Analyse des Problembereichs Lerntransfer*. Wien: Manz.
- Gazzaniga, M.S. (Editor in chief). (2000). *The New Cognitive Neurosciences*. Cambridge (MA): The MIT Press.
- Gruber, H. (1994). *Expertise. Modelle und empirische Untersuchungen*. Opladen: Westdeutscher Verlag
- Gruber, H.E. (1995). *Insight and Affect in the History of Science*. In: Sternberg, R.J., Davidson, J.E.(Eds.) *The nature of insight*. Cambridge(MA): The MIT Press
- Hendrickson, L. (1986). *A longitudinal study of precocity in music*. In: Cropley, A. J., Urban, K.K., Wagner, H., Wiczerkowsky, W. (Eds.) *Giftedness: A continuing worldwide challenge*. New York: Trillium Press
- Johnson-Laird, P.N. (1983). *Mental Models*. Cambridge, M.A.: Havard University Press.
- Jasper, H. (1958). *Report of comitee on methods of clinical exam in EEG*. Electroencephalical Clinical Neurophysiology. 10, 370 – 375.
- Keeler, M.L., Swanson, H.L. (2001). *Does Strategy Knowlewdge Influence Working Memory in Children with Mathematical Disabilities*. Journal of learning disabilities 34(5), 418-434.
- Kerzel, D. (2002). *„Representational Momentum“: Wahrnehmung oder Kognition?*. Psychologische Rundschau. 53 (3), 101-108
- Klauer, K., J. (Hrsg.) (1993). *Handbuch kognitives Training*. Göttingen: Hogrefe.
- Klix, F., Rautenstrauch-Goede, K. (1967). *Struktur und Komponentenanalyse von Problemlöseprozessen*. Zeitschrift für Psychologie 174, 167-193.
- Klix, F., Krause, B.(1969). *Zur Definition des Begriffs „Struktur“, seiner Eigenschaften und Darstellungsmöglichkeiten in der Experimentalpsychologie*. Zeitschrift für Psychologie. 176, 23-53
- Klix, F., Metzler, P.(1981). *Über die Zusammenhänge zwischen Bildkodierung und Begriffsrepräsentation im menschlichen Gedächtnis*. Zeitschrift für Psychologie. 189, 135-165.
- Klix, F. (1973). *Information und Verhalten. Kybernetische Aspekte der organismischen Informationsverarbeitung. Einführung in naturwissenschaftliche Grundlagen der Allgemeinen Psychologie*. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften.

- Klix, F., van der Meer, E. (1986). *Mathematical giftedness: Its nature and possibly early identification*. In: Cropley, A. J., Urban, K.K., Wagner, H., Wiecekowsky, W. (Eds.) *Giftedness: A continuing worldwide challenge*. New York: Trillium Press.
- Klix, F. (1992). *Die Natur des Verstandes*. Göttingen: Hogrefe.
- Kosslyn, S.M. (1980). *Image and mind*. Cambridge, M.A.: Harvard University Press.
- Kozbelt, A. (2001). *Artists as experts in visual cognition*. *Visual cognition* 8(6), 705-723.
- Krause, W. (1989). *Über menschliches Denken – Denken als Ordnungsbildung*. *Zeitschrift für Psychologie*. 197, 1-30.
- Krause, W., Müller, J., Sommerfeld, E., Franz, S. (1994). *Umstrukturierung von Wissen beim Konstrukteur*. In: G. Pahl (Hrsg.) *Psychologische und pädagogische Fragen beim methodischen Konstruieren*. Köln: TÜV-Rheinland.
- Krause, W., Schack, B., Gibbons, H., Kriese B. (1997) *Über die Unterscheidbarkeit begrifflicher und bildhaft- anschaulicher Repräsentationen bei elementaren Denkanforderungen*. *Zeitschrift für Psychologie*. 205, 169-203.
- Krause, W. (2000a). *Elementaranalyse von Gedächtnis- und Denkprozessen*. Vortrag in der Klasse der Naturwissenschaften der Leibniz-Sozietät.
- Krause, W. (2000b). *Denken und Gedächtnis aus naturwissenschaftlicher Sicht*. Göttingen: Hogrefe.
- Krause, W., Sommerfeld, E. (2000). *Elementaranalyse von Denkprozessen mit psychophysikalischen und neurowissenschaftlichen Methoden*. *Zeitschrift für Psychologie* 208, 322-339.
- Krause, W., Seidel, G., Schack, B. (2001). *Ordnungsbildung*. *Zeitschrift für Psychologie*. 209, 376-401.
- Küppers, B.O. (1986). *Der Ursprung biologischer Information*. München: Piper.
- Longoni, F., Sturm, W., Weis, S. (2000) *Functional reorganization after training of alertness in two patients with right-hemisphere lesions*. *Zeitschrift fuer Neuropsychologie* 11(4) 250-261.
- Malsburg, C, von der (1995). *Binding in models of perception and brain function*. *Current Opinion in neurobiology* 5, 520-526.
- Mandl, H, Friedrich, H.F. (Hrsg.) (1992). *Lern- und Denkstrategien: Analyse und Intervention*. Göttingen: Hogrefe.
- Markowitsch, H.J. (1992). *Neuropsychologie des Gedächtnisses*. Göttingen: Hogrefe
- Maurer, K. & Dierks, T. (Hrsg.) (1991). *Atlas of Brain Mapping. Topographic Mapping of EEG and Evoked Potentials*. Berlin: Springer.

- Menon, V., Rivera, S.M., White, C.D., Eliez, S., Glover, G.H., Reiss, A.L., (2000). *Functional optimization of arithmetic processing in perfect performers*. Cognitive Brain Research 9, 343-345.
- Morris, C. W. (1938, Übers. 1972). *Grundlagen der Zeichentheorie; Ästhetik und Zeichentheorie*. München: Hanser.
- Naglieri, J. A., Johnson, D. (2000). *Effectiveness of a Cognitive Strategy Intervention in Improving Arithmetic Computation Based on the PASS Theory*. Journal of Learning Disabilities 33 (6), 591-598.
- Nunez, P.L. (Ed.) (1995). *Neocortical Dynamics and Human EEG Rhythms*. New York: Oxford University Press.
- Oelsner, S. & Fauser, J. (2001). *Mentale Rotation. Bildhaft-anschauliche Repräsentation im Kurzzeitgedächtnis?* Praktikumsbericht. Internetveröffentlichung.
- Oelsner, S., Krause, W., Seidel, G., Heinrich, F. (2002). *Validierung des Entropieabbaus als Maß für geistige Leistungen*. Chemnitz: TEAP-Tagungsband.
- Oelsner, S. (2002). *Die Physik der Intelligenz*. Berlin: Tagung der Deutschen Gesellschaft für Psychologie-Tagungsband.
- Parra, M. (2002). *Komplexitätsreduktion bei der Entwicklung des Zahlbegriffs im Kindesalter: eine EEG-Studie*. Berlin: Kongress der Deutschen Gesellschaft für Psychologie, Tagungsband
- Paivio, A. & Csapo, K. (1973). *Picture superiority in free recall: Imagery or dual coding ?* Cognitive Psychology 5, 176-206.
- Pauli, P., Lutzenberger, W., Rau, H., Birbaumer, N., Rickard, T., Yaroush, R.A., Bourne, L.E. (1994). *Brain Potentials during mental arithmetic: effects of extensive practice and problem difficulty*. Cognitive Brain Research 2, 21-29.
- Peirce, C.S. (1896). *Über die Einheit kategorischer und hypothetischer Propositionen*. In: Charles S. Peirce; Semiotische Schriften (1986). Frankfurt (M): Suhrkamp.
- Penrose, R. (1999). *The emperor's new mind*. Oxford: University Press
- Pesenti, M., Zago, L., Crivello, F., Mellet, E., Samson, D., Duroux, B., Seron, X., Mazoyer, B., Tzourio-Mazoyer, N. (2001). *Mental Calculation in a prodigy is sustained by right prefrontal and medial temporal areas*. Nature neuroscience 4(1), 103-107.
- Pinel, P., Dehaene, S., Rivière, D., Le Bihan, D. (2001). *Modulation of parietal Aktivation by semantic distance in a number comparison task*. Neuroimage 14, 1013-1026.
- Platon (399-393 v.Chr.) *Protagoras*. In: Plato; In Twelve Volumes. (Ed.: G.P. Gold) Cambridge (MA): Harvard University Press.

- Poldrack, R.A., Wagner, A. D. Prull, M.W., Desmond, J. E., Glover, G. H., Gabrieli, J. D. E. (1999). *Functional Specialization for Semantic and Phonological Processing in the Left Inferior Prefrontal Cortex*. *Neuroimage* 10, 15–35.
- Popper, K. R. & Eccles, J.C. (1991). *Das Ich und sein Gehirn*. (10. Aufl.) München: Piper.
- Prigogine, I., Stengers, I. (1990). *Dialog mit der Natur. Neue Wege naturwissenschaftlichen Denkens*. München: Piper.
- Pylyshyn, Z.W. (1984). *Computation And Cognition. Toward A Foundation For Cognitive Science*. Cambridge, M.A.: MIT Press.
- Pylyshyn, Z.W. (1973). *What the mind's eye tells the mind's brain: A critique of mental imagery*. *Psychological Bulletin* 80, 1-24.
- Pylyshyn, Z.W. (2001). *Is the imagery debate over ?If so what was it about?* In: Dupoux, Emmanuel (Ed.) *Language, brain and cognitive development: Essays in honor of Jaques Mehler*. S. 59-83
- Rappelsberger, P., Petsche, H. (1988). *Probability Mapping: Power and Coherence Analysis Of Cognitive Processes*. *Brain Topography* 1, 46-54.
- Ricci, P.T., Zelkowitz, B. J., Nebes, R.D., Meltzer, C.C., Mintun, M. A., Becker, J.T. (1997). *Functional Neuroanatomy of Semantic Memory: Recognition of Semantic Associations*. *NeuroImage* 9, 88–96.
- Riegas, V. (Hrsg. ) (1990). *Zur Biologie der Kognition. Ein Gespräch mit Humberto R. Maturana*. Frankfurt/Main: Suhrkamp.
- Rückert, L., Lange, N., Partiot A., Appollonio, I., Litvan, I., Le Bihan, D., Grafman, J. (1996). *Visualizing Cortical Activation during Mental Calculation with functional MRI*. *Neuroimage* 3, 97-103.
- Shannon, C.E., Weaver, W. (1949; Nachdruck 1998). *The mathematical theory of communication*. Urbana: University of Illinois Press.
- Schack, B., Grieszbach, G., Arnold, M., Bolten, J. (1995). *Dynamic cross-spectral analysis of biological signals by means of bivariate ARMA processes with time-dependent coefficients*. *Medical and Biological Engineering and Computing* 33, 605-610.
- Schack, B. (1996). *Adaptive Verfahren zur Spektralanalyse instationärer mehrdimensionaler biologischer Signale*. Habilitationsschrift. TU Ilmenau (Fakultät für Informatik und Automatisierung)
- Schack, B., Grieszbach, G., Krause, W. (1999). *The sensitivity of instantaneous coherence for considering elementary comparison processing. Part I: the relationship between mental activities and instantaneous EEG coherence*. *International Journal of Psychophysiology* 31, 219-240.



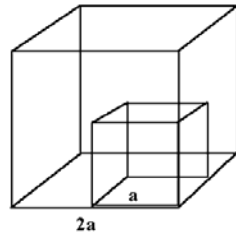
- Schack, B., Grieszbach, G., Nowak, H., Krause, W. (1999). *The sensitivity of instantaneous coherence for considering elementary comparison processing. Part II: similarities and differences between EEG and MEG coherences*. International Journal of Psychophysiology 31, 241-259.
- Schiepek, G. & Tschacher, W. (Hrsg.) (1997). *Selbstorganisation in Psychologie und Psychiatrie*. Braunschweig: Vieweg.
- Schmidt, D., Krause, B.J., Herzog, H., Strüder, H.K., Hautzel, H., Klose, C., Wouters, E., Hollmann, W., Müller-Gärtner, H.-W. (1999). *Influence of Memory Load on the Change of Regional Cerebral Blood Flow during Verbal Working Memory in Elderly Subjects*. NeuroImage. Fifth International Conference on Functional Mapping of the Human Brain.
- Shepard, R.N. & Cooper, L.A. (1982). *Mental images and their transformation*. Cambridge, M.A.: MIT Press
- Seidel, G. (1999). *Aufwand und Modalität - Zur Trennung von Koordinations- und Ausführungsaufwand kognitiver Operationen bei einfachen mathematischen Problemen unterschiedlicher Modalität mittels EEG-Kohärenzanalyse*. Diplomarbeit. Friedrich Schiller Universität Jena.
- Seidel, G. (2001). *Ordnung und Multimodalität im Denken mathematisch Hochbegabter: sequentielle und topologische Eigenschaften kognitiver Mikrozustände*. Dissertation. Friedrich Schiller Universität Jena.
- Seitz, K., Schumann-Hengsteler, R. (2000). *Mental multiplication and working memory*. European Journal of Cognitive Psychology 12(4), 552-570.
- Singer, W. (1999). *Striving for coherence*. Nature 397, 391-393.
- Singer, W. (2002). *Der Beobachter im Gehirn*. Frankfurt/Main: Suhrkamp.
- Sommerfeld, E. (1994). *Mentale Repräsentation – mathematische Modellierung ihrer Ausbildung und Transformation*. Zeitschrift für Psychologie 202, 233-251.
- Sommerfeld, E., Krause, W., Schack, B., Markert, C., Pies, R., Tietze, H. (1999). *Zur Messung von Übungs- und Trainingserfolg auf der Grundlage von EEG-Parametern*. Zeitschrift für Pädagogische Psychologie 13, 60-73.
- Spada, H. (Hrsg.) (1992). *Lehrbuch Allgemeine Psychologie*. Bern: Huber.
- Stanescu-Cosson, R., Pinel, Philipe, Mortelet, P.F van de, Le Bihan, D., Cohen, L., Dehaene, S. (2000). *Understanding Dissociations in dyscalculia*. Brain 123, 2240-2255.
- Tietze, H. (1996). *Prozeßanalyse von Vergleichsprozessen mittels Segmentierung*. Diplomarbeit. Friedrich Schiller Universität Jena.
- Tulving, E. & Craik, F.I.M. (2000). *The Oxford Handbook Of Memory*. New York: Oxford University Press.

- Van Luit, J. E. H., Naglieri, J. A.(1999). *Effectiveness of the MASTER Program for teaching special children multiplication and division*. Journal of Learning Disabilities 32(2), 98-108.
- Weir, A.A.S., Chappell, J., Kacelnik, A.(2002) *Shaping of hooks in New Caledonian Crows*. Science 297, S. 981.
- Willems, K. (2003). *Mathematische Leistungen und Akalkulien*. In: Karnath, H.O., Thier, P.(Hrsg.) Neuropsychologie. Berlin:Springer.

## X. Anhang

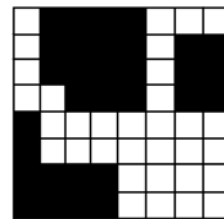
A1

Wie oft passt die Oberfläche des kleinen Würfels in den großen hinein?



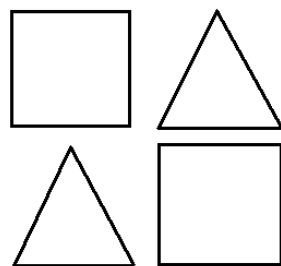
A2

Nimmt der dunkle oder der helle Anteil mehr Fläche ein ?



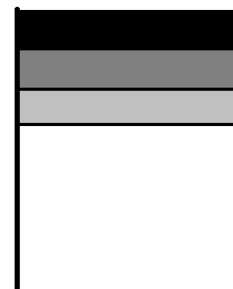
A3

Kann man durch das Aneinanderlegen von zwei gleichseitigen Quadraten und Dreiecken einen Vollwinkel bilden ?



A4

Wieviele Kombinationen der drei Fahnenfarben sind möglich ?



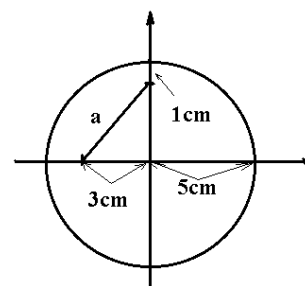
A5

Wo schneidet der Graph von  $f(x) = x^2 - x - 6$  die x - Achse im positiven Bereich?

$$f(x) = x^2 - x - 6$$

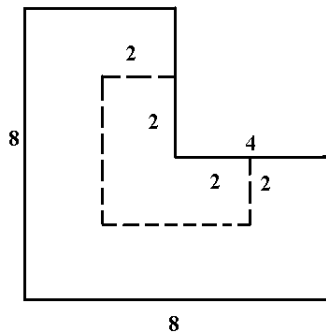
A6

Wie lang ist die Strecke  $a$  ?



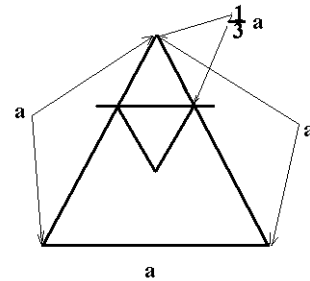
A7

Welchen Anteil an der großen Winkelfigur nimmt die kleine ein ?



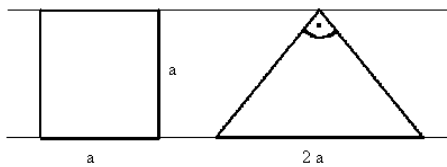
A8

Von einem Dreieck der Seitenlänge  $a$  und dem Umfang  $3a$  sind zwei kongruente Dreiecke mit der Seitenlänge  $\frac{1}{3}a$  weggeschitten, Welchen Umfang hat die verbleibende Figur ?



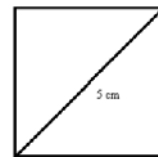
A9

Vergleichen Sie die Flächeninhalte der beiden Figuren! (größer, kleiner, gleich)



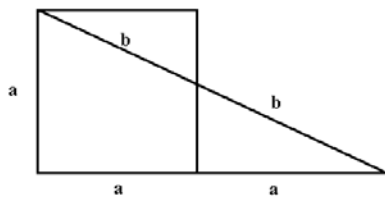
A10

Die Diagonale eines Quadrates ist 5 cm lang. Durch Verdoppeln des Flächeninhaltes dieses Quadrates entsteht ein neues Quadrat. Welche Seitenlänge hat dieses neue Quadrat ?



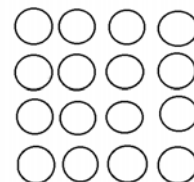
A11

Wie verhalten sich die Flächeninhalte von Quadrat und Dreieck zueinander  
Ist eines größer, kleiner oder sind sie gleich ?



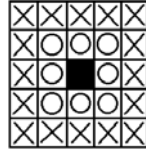
A12

Kongruente Kreise können zu dreieckigen oder quadratischen Mustern zusammengesetzt werden.  
Ist es möglich aus einem quadratischen Muster der Kantenlänge 4 zwei dreieckige Muster kleinerer Kantenlänge zu erhalten ?



A13

Auf Kästchenpapier wird ein Kästchen markiert. Es wird von einem Ring bestehend aus 8 Kästchen umschlossen. Darum kann erneut ein Ring gelegt werden u.s.w.  
Wieviele Kästchen hat der vierte Ring?



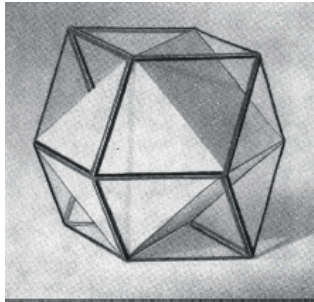
A14

Schneidet der Graph der Funktion  $f(x) = -x - 3$  die y-Achse an der Stelle 3?

$$f(x) = -x - 3$$

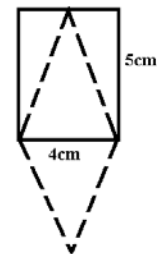
A15

Gegeben sei ein Würfel mit der Kantenlänge  $a$ . Auf jeder seiner sechs Seitenflächen wird eine gerade Pyramide mit der Höhe  $a/2$  aufgesetzt (vgl. Abbildung), so daß ein neuer Körper entsteht. Was läßt sich beim Vergleich der Volumina der beiden Körper feststellen?



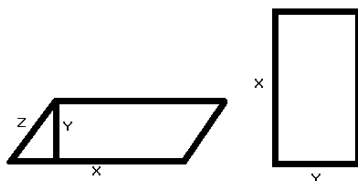
A16

Ein  $5 \times 4$  cm großes Rechteck hat einen Flächeninhalt von  $20 \text{ cm}^2$  ist der Flächeninhalt des gestrichelt gezeichneten Rhombus größer, kleiner oder gleich dieser Fläche?



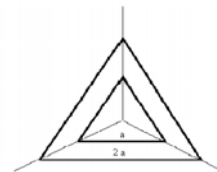
A17

Vergleichen Sie die Flächeninhalte der beiden Figuren! (größer, kleiner, gleich)



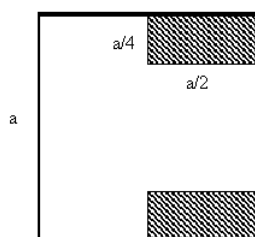
A18

Ein gleichseitiges Dreieck wird vom Mittelpunkt aus gestreckt, daß ein neues gleichseitiges Dreieck mit doppelt so langen Seiten entsteht. Wie oft paßt die Fläche des Ausgangsdreiecks in das neue Dreieck hinein?



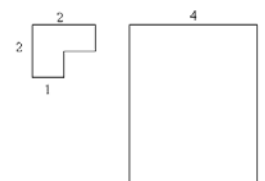
A19

Von einem Quadrat der Seitenlänge  $a$  und dem Umfang  $4a$  sind zwei kongruente Rechtecke mit der Seitenlänge  $a/2$  und  $a/4$  weggeschnitten. Welchen Umfang hat die verbleibende Figur?



A20

Wie oft passt die Eckfigur in das  $6 \times 4$  Rechteck?



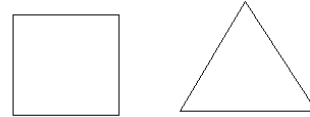
A21

Schneidet der Graph der Funktion  
 $f(x) = -(x^2 - 1)$   
 die x-Achse an der Stelle -1?

$$f(x) = -(x^2 - 1)$$

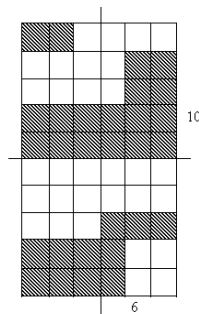
A22

Mit wieviel Quadraten und gleichseitigen  
 Dreiecken kann man durch Zusammenlegen in  
 einer Ecke einen Vollwinkel bilden?



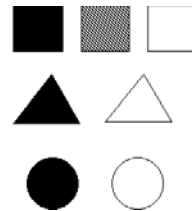
A23

Nimmt der dunkle oder der helle Anteil mehr Fläche ein?



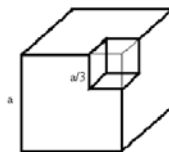
A24

Vorgelegt sind 3 Vierecke (schwarz, schraffiert, weiß),  
 2 Dreiecke (schwarz, weiß) und 2 Kreise (schwarz, weiß).  
 Wieviele Möglichkeiten gibt es, Vierecke, Dreiecke und  
 Kreise miteinander zu kombinieren?



A25

Ein Würfel der Kantenlänge  $a$  hat einen  
 Oberflächeninhalt von  $6a^2$ . Aus diesem Würfel  
 wird von einer Ecke ein kleinerer Würfel mit der  
 Kantenlänge  $a/3$  herausgeschnitten. Wie groß ist  
 der Oberflächeninhalt des Restkörpers?



Korrespondenzadressen:

Sven Oelsner  
 Sophienstraße 47  
 07743 Jena

Email: [sven.oelsner@uni-jena.de](mailto:sven.oelsner@uni-jena.de)

Homepage: <http://www.softwarepatentschutz.de/sven/index.html>

#### Seifenblasen

Es destilliert aus Studien und Gedanken  
Vielvieler Jahre spät ein alter Mann  
Sein Alterswerk, in dessen krause Ranken  
Er spielend manche süße Weisheit spann

Hinstürmt voll Glut ein eifriger Student  
Der sich in Büchereien und Archiven  
Viel umgetan und den der Ehrgeiz brennt  
Ein Jugendwerk voll genialischer Tiefen

Es sitzt und bläst ein Knabe in den Halm  
Er füllt mit Atem farbige Seifenblasen  
Und jede prunkt und lobpreist wie ein Psalm  
All seine Seele gibt er hin im Blasen

Und alle drei, Greis, Knabe und Student  
Erschaffen aus dem Maya-Schaum der Welten  
Zauberische Träume, die an sich nichts gelten,  
in welchem aber lächelnd sich erkennt  
das ewige Licht, und freudiger entbrennt

Hermann Hesse